

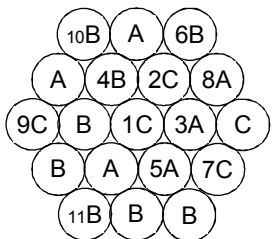


Ниже приведены краткие решения задач и приведена часть комментариев к задачам, данных на олимпиаде. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

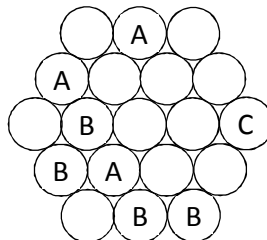
Задача 1 Имеются карточки с числами от 1 до 9. Расположите их в ряд так, чтобы никакие три подряд идущие карточки не лежали ни по убыванию, ни по возрастанию чисел, написанных на них. (Е.Иванова)

Ответ. 132547698 или 153428796 и много других вариантов.

Задача 2. Расставьте в кружках буквы А, В и С так, чтобы не было равносторонних треугольников с тремя одинаковыми буквами в вершинах. (О.Леонтьева)



Ответ. Приведён на рисунке. Цифрами указана последовательность восстановления букв



Задача 3 В городе есть станции метро – Аль, Бета, Гамильтон, Дельта, Лямбда, Эпсилон, Икс и Зета. Известно, что между двумя станциями без пересадок ходит поезд, если количество букв в названиях этих станций имеют разную четность. Федя хочет проехать как можно более длинный путь, не посещая никакую станцию дважды, причем так, чтобы название каждой следующей станции было длиннее предыдущей. Какой длины будет этот путь? Ответ объясните. (Е.Иванова)

Ответ. 3 станции.

Решение. Заметим, что условие можно переписать так: есть числа 3, 4, 9, 6, 6, 7, 3, 4. Известно, что числа разной четности соединены отрезком. Требуется найти ломаную с наибольшим количеством вершин. Заметим, что в такой ломаной четные и нечетные числа чередуются и вдобавок идут по возрастанию. Нечетных числа 4, причем два из них равны, то есть могут быть использованы только числа 3, 7, 9. Поскольку нет четных чисел меньше 3 и больше 7, то максимальная ломаная содержит не более 3 вершин. Пример для 3 вершин есть: Аль-Бета-Эпсилон.

Задача 4. Планета Железяка делает оборот вокруг своей оси за 5 железяжских часов. А планета Каменюка делает один оборот вокруг своей оси за 6 каменюжских часов. Космический корабль летит от планеты Железяка до планеты Каменюка 20 железяжских часов, а обратно 25 каменюжских часов. Какая планета вращается вокруг своей оси быстрее. Ответ объясните. (Е.Гущина) *Комментарии в аудитории: считается, что расстояние между планетами неизменно.*

Ответ. Каменюка вращается быстрее.

Решение. Поскольку 20 железяжских часов равно 25 каменюжских часов, то 4 ж.ч = 5 к.ч. То есть $1 \text{ ж.ч} > 1 \text{ к.ч}$. Нам требуется сравнить 5 ж.ч и 6 к.ч. Добавим к обеим частям равенства $4 \text{ ж.ч} = 5 \text{ к.ч}$ по 1 соответствующему часу. Так как $1 \text{ ж.ч} > 1 \text{ к.ч}$, $5 \text{ ж.ч} > 6 \text{ к.ч}$

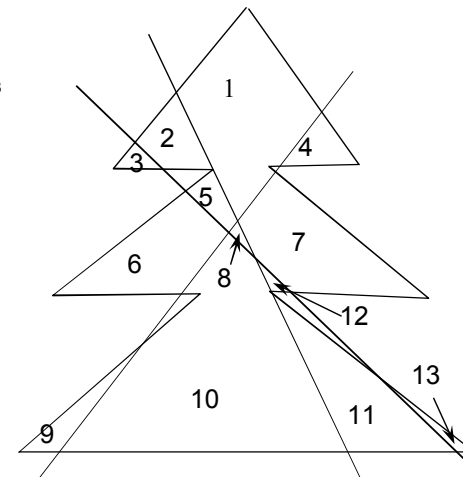
Задача 5. Дома вдоль единственной улицы в Цветочном городе решили пронумеровать, для чего изготовили таблички с цифрами. Оказалось, что табличек с цифрой 1 потребовалось на 12 штук больше, чем табличек с цифрой 0. Какое наименьшее количество домов может быть на этой улице? Ответ объясните. (В.Попов)

Ответ. 110

Решение. Заметим, что в записи чисел от 1 до 10 две единицы и один ноль. Среди чисел от 11 до 19 - нет нулей и 10 единиц (две единицы у числа 11 и по одной у каждого следующего). Таким образом, при появлении числа 19 количество единиц впервые превысит количество нулей на 11. В каждом следующем десятке 20-29, 30-39, ..., 90-99 ровно один 0 и равна 1 единица. Причем сначала увеличивается количество нулей, а потом - единиц. Таким образом, в записи чисел с 1 до 99 единиц на 11 больше и ни в какой момент времени количество единиц не будет превышать количество нулей на 12. Добавим 100. Теперь единиц стало на 10 больше, 101 – снова на 11. Числа 102, ..., 109 не изменят разницу. И только число 110 дает вклад две единицы и один ноль и разность впервые становится равной 12.

Задача 6. Разрежьте ёлочку на рисунке тремя прямыми разрезами на 13 частей. (Е.Иванова)

Ответ. Один из возможных вариантов приведен на рисунке.



Задача 7. Валя, Саша, Женя и Слава играли на перемене. Кто-то из них разбил окно.

Валя: «Разбил кто-то из мальчиков».

Саша: «Это Слава!»

Женя: «Среди нас мальчиков больше».

Слава: «Мы с Валею – девочки!».

Оказалось, что все девочки солгали, а все мальчики сказали правду. Кто разбил окно? (все имена могут носить как мальчики, так и девочки) Ответ объясните. (Е.Иванова)

Ответ. Окно разбил Валя.

Решение. Рассмотрим утверждение Славы. Это не может быть правдой, так как иначе девочка сказала бы правду, а она должна была солгать. Значит, это ложь и Слава – девочка (например, ее зовут Владислава). Тогда она солгала и, значит, Валя – мальчик. Тогда он сказал правду и окно разбил какой-то мальчик. Тогда Слава не могла разбить окно и утверждение Саши ложно. Следовательно, Саша – девочка. Но тогда девочек уже две и утверждение Жени также не может быть истинным. Значит, она тоже девочка и окно разбил единственный мальчик – Валя.

Задача 8. Нечетное количество конфет попытались разложить в коробки по 46 штук, удалось заполнить только 43 коробки. Потом их попытались уложить в коробки по 43 штуки. Хватило на 47 коробок и тоже что-то осталось. Получится ли разложить конфеты поровну в 17 коробок? Ответ объясните. (Е.Иванова)

Решение. Поскольку, раскладывая по 46 конфет, удалось заполнить только 43 коробки, то общее число конфет равно $N=46 \cdot 43+A$, где $0 < A < 46$. Аналогично $N=43 \cdot 47+B$, где $0 < B < 43$. Откуда $N=46 \cdot 43+A=43 \cdot 47+B=43 \cdot 46+43+B$. То есть $A=43+B$.

При этом известно, что $A < 46$, то есть $B = 1$ или 2 . По условию N – нечетно, поэтому B должно быть четно. Следовательно $B=2$ и общее количество конфет равно $43 \cdot 47+2=2023$, что делится на 17. $2023=119 \cdot 17$.