

Часть А

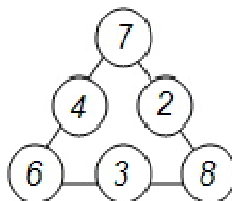
К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Какая буква будет стоять на третьем с конца месте, если все буквы слова «МАТЕМАТИКА» выписать в алфавитном порядке?

Ответ. М.

Решение. Буквы, выписанные в алфавитном порядке, будут выглядеть так: АААЕИКММТТ.

2. Расставьте числа 2,3,4,6,7,8 в вершинах и серединах сторон треугольника так, чтобы суммы чисел, стоящих на каждой из сторон были равны 17.

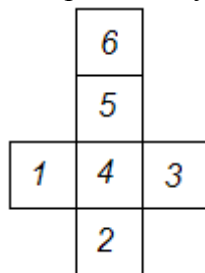


Ответ. .

3. Виталик написал на грани кубика 1, повернул и на соседней грани написал 2, затем вновь повернул и написал 3, и т.д. Так он пронумеровал все грани кубика числами от 1 до 6. Какая максимальная сумма может быть у номеров двух противоположных граней?

Ответ. 10.

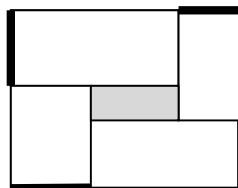
Решение. Максимальная сумма двух различных натуральных чисел от 1 до 6 равна $5+6=11$, причём любая другая пара чисел, очевидно, даёт меньшую сумму. Однако числа 5 и 6 по условию задачи стоят на соседних гранях кубика, значит, суммы 11 добиться нельзя. Можно ли добиться суммы 10? Оказывается да. На рисунке числа 4 и 6 находятся на противоположных гранях и их сумма равна 10. А путь от 1 до 6 проходит по соседним граням.



4. Прямоугольный участок периметра 4км разбит на 4 прямоугольных участка садоводов, а в центре построен бассейн. Каков периметр бассейна, если суммарная длина парадных ворот (отмечено на рисунке жирным) равна 1700м ?

Ответ. 600м.

Решение. Представим, что мы построили новые парадные ворота – парадные ворота в пруд (также отмечены жирным на новом рисунке). Заметим, что длина парадных ворот в пруд равна половине периметра пруда.



Теперь чтобы решить задачу посчитаем половину периметра участка двумя способами.

Первый способ. Периметр участка равен 4км, значит, половина периметра равна 2км (2000м).

Второй способ. Общая длина парадных ворот (как старых, так и новых) равна половине периметра. Действительно отрезки, выделенные на рис.1 в сумме дают одну сторону участка, а отрезки, выделенные на рис. 2 в сумме дают другую сторону участка.

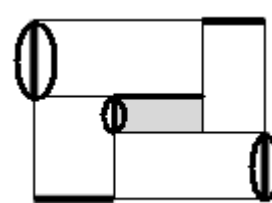


Рис. 1

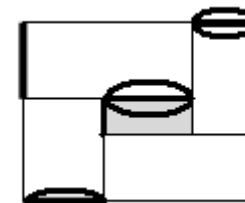


Рис. 2

Итак, $2000\text{м} = \text{общая длина парадных ворот} = \text{длина старых ворот} + \text{длина новых} = 1700\text{м} + \text{длина новых} = 1700\text{м} + \text{половина периметра пруда}$. Таким образом, $2000\text{м} = 1700\text{м} + \text{половина периметра пруда}$, а значит половина периметра пруда = 300м. Соответственно периметр пруда равен 600м.

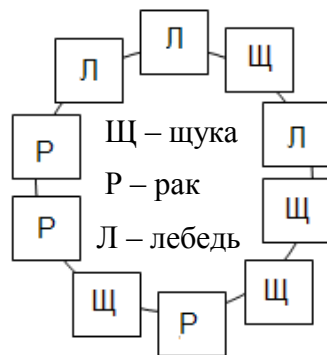
5. В настольной игре перед её началом одну карточку кладут на стол, а остальные раздают поровну между игроками. Какое наименьшее число карточек может быть в этой игре, чтобы в неё можно было играть вдвоём, втроём, вчетвером, впятером, вшестером?

Ответ. 61.

Решение. Выясним, какое количество карточек раздают между игроками. Это количество должно делиться на 3, 4 и 5. Числа 3, 4 и 5 попарно взаимно просты, следовательно, это количество должно делиться на произведение этих трёх чисел – 60. Это число делится и на 2, и на 6. Наименьшее натуральное число делящееся на 60 – это 60, ещё одну карточку кладут на стол в начале игры, следовательно, наименьшее число карточек – 61.

6. Три лебедя, три рака и четыре щуки собрались тащить воз с поклажей. Оказалось, что для этого им необходимо расположиться по кругу так, чтобы ни три лебедя, ни три рака, ни три щуки не оказались рядом. Кроме того, не рекомендуется, чтобы три соседних места занимали лебедь, рак и щука в каком угодно порядке. Расположите их всех по кругу так, чтобы выполнялись все эти условия.

Ответ. .



7. Найдите такое число, что если его треть умножить на его пятую часть, то получится само это число.

Ответ. 15.

Решение. Пусть искомое число равно X . Тогда $(X/3)(X/5)=X$, то есть $X/15=1$.

8. Пятачок, Иа-Иа и Винни-Пух считали морковки на двух грядках Кролика:

Пятачок: «На первой грядке морковок больше 18. На второй – не больше 14».

Иа-Иа: «На первой меньше 20. На второй – 14».

Винни-Пух: «На первой – 17. На второй больше 14».

Известно, что один из них оба раза ошибся, а два других оба раза были правы. Сколько морковок на грядках?

Ответ. На первой 19, на второй – 14.

Решение. *Первый способ.* Разберём три случая, кто мог ошибиться.

1) Ошибся Пятачок. Пятачок сказал, что на второй грядке не больше 14 морковок, значит на самом деле там больше 14, но Иа-Иа сказал, что на второй грядке 14, а он должен говорить правду. Противоречие.

2) Ошибся Иа-Иа. Однако Пятачок сказал, что на первой грядке морковок больше 18, а Винни-Пух сказал, что на первой 17 и оба они должны быть правы. Противоречие.

3) Ошибся Винни-Пух. Посмотрим, что говорят о первой грядке Пятачок и Иа-Иа, которые должны быть во всем правы. Один говорит, что там больше 18 морковок, а другой что меньше 20. Значит на первой грядке их должно быть 19. Что Пятачок и Иа-Иа говорят о второй грядке? Один говорит, что там 14, а другой, что там не больше 14 морковок. Следовательно, на второй грядке 14 морковок. Итак, на первой грядке 19 морковок, а на второй 14. Заметьте, что Винни-Пух в этом случае действительно оба раза ошибся.

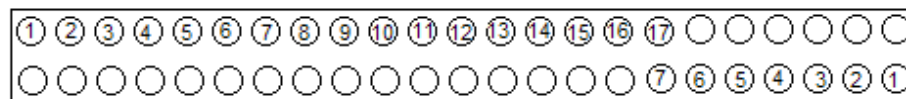
Второй способ. Рассмотрим три утверждения про вторую грядку. «Не больше 14», «Ровно 14» и «Больше 14». Два из этих утверждений должны быть верны, а одно нет. Очевидно, что утверждения «Не больше 14» и

«Больше 14» противоречат друг другу. Следовательно, ложное утверждение среди них. Тогда оставшееся утверждение точно верно. Значит, на второй грядке ровно 14 морковок и правду сказали Иа-Иа и Пятачок. Тогда утверждения «На первой меньше 20» и «На первой больше 18» оба верны. Следовательно, морковок 19, т.к. $18 < 19 < 20$.

9. На эскалаторе в метро через равные промежутки с обеих сторон установлены лампы. Все лампы пронумерованы, начиная с 1. Слева – сверху вниз, а справа – снизу вверх. Дима, стоя на эскалаторе, с одной стороны увидел лампу с номером 7, а с другой – 17. Сколько ламп на эскалаторе?

Ответ. 46.

Решение.



Из рисунка видно, что лампы с номерами от 1 до 16 на той стороне, где Дима увидел 17, вместе с лампами от 1 до 7 на той стороне, где Дима увидел 7, составляют ровно половину всех ламп на эскалаторе. Значит $16+7=23$ – это половина всех ламп. Следовательно, 46 – общее число ламп.

10. На лепестках цветика-семицветика написано, какой лепестки надо сорвать после него. На красном: «голубой», на оранжевом: «зелёный», на жёлтом: «фиолетовый», на зелёном: «синий», на голубом: «жёлтый», на синем: «оранжевый», на фиолетовом: «зелёный или красный». За один раз можно сорвать только один лепесток. Женечке удалось сорвать все лепестки. Какой лепесток был сорван первым?

Ответ. Красный.

Решение.



Запишем условие задачи в виде схемы. На схеме овалы обозначают лепестки, а стрелочки – какой лепесток можно сорвать следующим. Выбор лепестка кроме начала у нас есть только, когда срывается фиолетовый лепесток, для других последовательность жёстко определена. После фиолетового можно сорвать либо красный, либо зелёный. На схеме

на красный овал указывает только одна стрелочка и на зелёный овал указывает только одна стрелочка, следовательно, перед красным лепестком может быть сорван только фиолетовый и перед зелёным лепестком тоже только фиолетовый. Это означает, что или красный или зелёный лепесток не будет иметь предшествующего, а значит один из этих лепестков должен быть сорван первым.

Предположим, что первым был сорван зелёный лепесток, тогда после него надо сорвать синий, а потом оранжевый. Но после оранжевого необходимо срывать зелёный, а зелёный уже сорван. Итак, мы не можем больше срывать лепестки, но ещё 4 лепестка остались несорванными. Значит, зелёный лепесток не мог быть сорван первым.

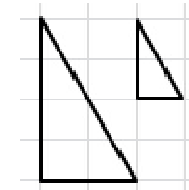
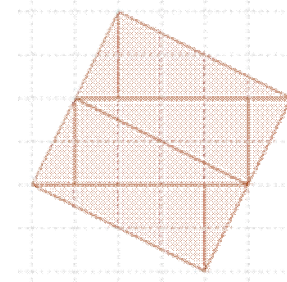
Остаётся проверить, что с красным лепестком нет никаких проблем. И действительно: лепестки будут сорваны в следующем порядке: красный, голубой, жёлтый, фиолетовый, зелёный, синий, оранжевый.

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. У Кости есть четыре больших треугольника и четыре маленьких (см.рис.) Помогите Косте, используя все эти треугольники без дыр и наложений, сложить один квадрат. (*К.Кноп*)

Ответ.



2. Три бородатых мудреца спорили, у кого самая длинная борода.

Первый сказал: «У меня самая длинная борода среди вас!».

Второй: «Нет, у меня длиннее, чем у тебя!».

Третий: «Хотя бы один из вас ошибается».

У кого из мудрецов самая короткая борода, если длины всех бород разные и правду сказал только мудрец с самой длинной бородой? (*И.Сидоров*)

Ответ. У второго.

Решение. Заметим, что третий мудрец обязательно говорит правду, ведь если предположить, что он ошибается, то получится, что и первый, и второй сказали правду, чего не может быть, так как правду сказал только один мудрец. Значит, у третьего мудреца самая длинная борода, а первый и второй сказали неправду. Однако второй сказал, что у него длиннее, чем у первого, а значит на самом деле у него борода короче, чем у первого. Также очевидно, что у второго борода короче, чем у третьего, так как у третьего борода самая длинная. Таким образом, у второго самая короткая борода.

3. В спортивной команде шесть человек. Все они участвовали в пяти соревнованиях. Могло ли так оказаться, что сумма мест, занятых каждым, равна одному и тому же числу? (*А.Солынин*)

Ответ: Нет.

Решение. Давайте посчитаем общую сумму мест. В каждом соревновании есть 1,2,3,4,5 и 6 место и всего соревнований 5. Значит, общая сумма мест

равна $(1+2+3+4+5+6) \cdot 5 = 105$ – нечётное число. Однако если сумма мест, набранная каждым равна n , то общая сумма равна $6n$ – чётное число. Поэтому требуемое условие не может быть выполнено.

4. Тётя Груша продаёт кабачки. Три кабачка она продаёт за 5 долларов, четыре кабачка – за 6 долларов, а пять кабачков – за 7 долларов. Ни в каком другом количестве тётя Груша кабачки не продаёт. Вчера она продала 100 кабачков и выручила за них 160 долларов. Сколько продаж совершила вчера тётя Груша? (Е.Бакаев)

Ответ. 30.

Решение. Будем считать, что по доллару с продажи каждого кабачка тётя Груша кладёт в фартук, а остальное (получается как раз 2 доллара с каждой продажи) – в карман. Тогда в конце дня в фартуке окажется 100 долларов. Значит, в кармане окажется $160 - 100 = 60$ долларов, а раз с каждой продажи в карман шло по 2 доллара, то продаж было 30.

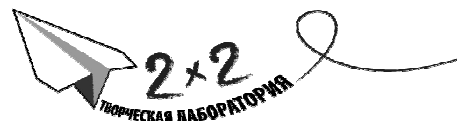
5. В аудитории А сидит 20 участников олимпиады, причём среди любых 10 из них есть 3 одноклассника. Верно ли, что в аудитории А обязательно есть 5 человек из одного класса?

Ответ: да, верно.

Решение. Предположим противное. Пусть в этой аудитории нет пяти человек из одного класса. Тогда максимальное количество одноклассников – 4. Разобьём 20 участников олимпиады на группы одноклассников. Если в группе одноклассников ровно один человек, назовём эту группу малой. Если в группе больше одного человека, назовём её большой.

Теперь разделим 20 участников олимпиады на 2 команды. В первую команду возьмём по одному человеку из каждой малой группы и по два человека из каждой большой. После этого в каждой большой группе останется не более двух человек. Объединим их всех во вторую команду. Заметим, что в каждой команде нет трёх одноклассников, однако мы разбили 20 человек на 2 команды и следовательно в одной из команд не менее 10 человек. Возьмём эту команду и, если там больше 10 человек, то выберем любых 10, и среди этих десяти не будет трёх одноклассников. Противоречие.

Творческая Лаборатория «Дважды Два»



Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Ближайшая школа планируется с **30 апреля по 10 мая**.

Летняя школа – с **3 по 24 августа** под г.Владимир на базе ДОЛ «Лесной Городок» – для школьников 4–8 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалей на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран.

Более подробно со всеми направлениями нашей работы вы можете познакомиться на сайте.

Олимпиада 5 класса

Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы **после 10 февраля** на нашем сайте. <http://mathbaby.ru>

Устный тур.

Устный тур пройдет **24 марта** в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.