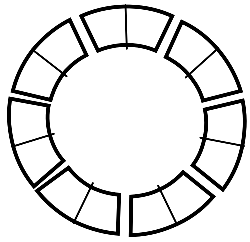
Первая Олимпиада шестиклассников матклассов ДваждыДва 19 мая 2019

Довывод



1. У Саши есть круговое домино без дублей (см.рис). На половинках домино размещены точки от 0 до 6. Можно ли выложить все костяшки домино в три окружности по правилам домино? (*Андрей Богданов с сыном*)
2. На бумажной ленте в одну строчку без пропусков выписали по порядку все числа от 1 до 33 . После этого ленту разрезали на части с написанными на них числами, каждое из которых не превышает 2019. Если отрезалось число с первым нулем или нулями, то он (они) отбрасывались. Докажите, что произведение получившихся чисел делится на 32.
(*Украинская Олимпиада 5-7 классов 2019*)
3. По кругу стоит несколько красных и синих корзин, в которых в сумме лежит 2020 конфет. Муля и Буля переложили некоторые конфеты в соседние корзины, после чего сосчитали, в каких корзинах, сколько лежит конфет. Муля заявил, что в каждой красной корзине количество конфет изменилось в 5 раз, а Буля заявил, что в каждой синей корзине количество конфет изменилось в 8 раз. Докажите, что по крайней мере один из них ошибся. (*Лена Иванова по мотивам известных задач*)
4. В хоровод встали 2000 мальчиков и девочек (может быть, все мальчики или все девочки). Каждый из них заявил: «Со мной рядом стоит мальчик и девочка». Известно, что мальчик лжет, если рядом стоит девочка, в остальных случаях говорит правду. Девочка же лжет, если рядом стоят только мальчики, в остальных случаях она говорит правду. Сколько мальчиков на самом деле может стоять в хороводе? (*Е.Ю.Иванова*)
5. У Маши есть коробка, в которой лежат 2019 белых и 2020 черных шаров. У Васи есть мешок, в котором находится 10000 черных шаров. Дети играют в следующую игру: Маша наугад вытаскивает из коробки два шара. Если они одного цвета, то она их выкидывает, а Вася берет из своего мешка черный шар и кладет в Машину коробку. Если вынутые Машей шары разного цвета, то она выкидывает черный шар, а белый кладет обратно в коробку. Игра продолжается до тех пор, пока в коробке не останется один шар. Если он белый, то выигрывает Маша, а если черный, то Вася. Кто выигрывает в этой игре? (*по мотивам Харьковских Олимпиад2005*)

Если вы считаете, что решили какую-то задачу, то вы должны рассказать свое решение одному из принимающих. По каждой задаче можно подойти не более трех раз. Если за три раза задача не зачтена, то она считается нерешенной и подходить с ее решением больше не разрешается.

Первая Олимпиада шестиклассников матклассов ДваждыДва 19 мая 2019

Вывод

6. По кругу выкладывают 30 одинаковых на вид таблеток, из них 20 хороших и 10 плохих. Два мудреца по очереди берут по одной таблетке. Первый мудрец будет знать, где лежат плохие таблетки, а второй – нет. Мудрецы хотят до выкладывания таблеток договориться, как после каждого хода первого второй найдёт хорошую таблетку. После 20 ходов на столе должны остаться 10 плохих таблеток. Предложите алгоритм действий для мудрецов. (Беря таблетки, мудрецы не общаются и не подают никаких знаков. Каждый видит, какую таблетку взял партнёр.) (*Заочная Олимпиада г.Луга Ленинградской области*)

7. В равнобедренном треугольнике ABC сторона AC – основание. На прямой AC выбрали произвольную точку M. Докажите, что разность расстояний от M до прямых AB и BC равна высоте треугольника ABC, проведённой к боковой стороне. *(Харьковская Олимпиада 2005, 7 класс)*

8. Положительные числа a и b таковы, что сумма дробей $\frac{a+1}{b+1}$, $\frac{a+2}{b+2}$, ... , $\frac{a+2019}{b+2019}$ равна 2019. Найдите произведение этих дробей. *(По Мотивам Харьковских Олимпиад 2007)*

9. Имеются 39 металлических покрашенных шариков – по 3 каждого цвета. Известно, что в каких-то двенадцати тройках все шарики весят по 10 г, а в тринадцатой какой-то один шарик весит 9 г, («фальшивый легкий»), другой – 10 г, а третий – 11 г («фальшивый тяжелый»). Можно ли за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь определить все фальшивые шарики? (*Константин Кноп*)

Вы получили дополнительные задачи и дополнительное время. Вы можете сдавать как задачи Вывода, так и еще нерешенные задачи Довывода.

Первая Олимпиада шестиклассников матклассов ДваждыДва 19 мая 2019

Послевывод

10. На стороне AB треугольника ABC выбрали точки C_1 и C_2, а на стороне CB выбрали точки A_1 и A_2 таким образом, что AA_1 — биссектриса угла CAA_2, AA_2 биссектриса угла BAA_1, CC_1 – биссектриса угла ACC_2 , а CC_2 – биссектриса угла BCC_1. (То есть разделили углы A и C на три равные части) Пусть D – точка пересечения AA_1 и CC_1, а E– точка пересечения AA_2 и CC_2 . Оказалось, что прямая ED перпендикулярна прямой AC. Докажите, что AB = BC. *(Харьковская Олимпиада 2007, 8 класс)*