

**Министерство образования и науки
Республики Болгария**
LXIII Национальная олимпиада по математике
Заключительный этап, Первый день, 17 мая 2014 г.

1. Дана фиксированная окружность k и точка A вне неё. Отрезок BC является диаметром окружности k . Найдите геометрическое место ортоцентров треугольников ABC , при вращении диаметра BC .
2. Шахматную доску размера $m \times n$, где $m \geq 2$ и $n \geq 2$ красят в четыре цвета: белый, зеленый, красный и синий (каждая клетка целиком красится в один из этих цветов). Назовём раскраску *пёстрой*, если каждый квадрат 2×2 состоит из клеток всех четырех цветов. Найдите число пёстрых раскрасок.
3. В каждой точке пространства записано действительное число, отличное от нуля. Известно, что для любого тетраэдра τ произведение чисел в его вершинах равняется числу записанному в центре его вписанной сферы. Докажите, что все записанные числа равны 1.

*Каждая задача оценивается в 7 баллов.
Время работы: 4 часа 30 минут.
Успехов!*