

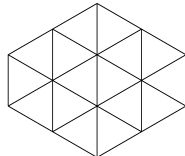


**ОСЕННЯЯ УСТНАЯ
ОЛИМПИАДА
ШЕСТИКЛАССНИКОВ**
18 сентября 2016 года



Довывод

1. Найдите все четырёхзначные числа, у которых сумма первых трёх цифр равна 24, а сумма последних трёх цифр равна 16.
2. У Кощея Бессмертного в сундуке лежат 13 частей старинной золотой цепи: у семи из них осталось всего по 5 звеньев, а у остальных — по 6 звеньев. Кощей хочет соединить все имеющиеся звенья в новую цепь. При этом некоторые звенья ему придётся расковать, а потом снова сковать. Каким наименьшим количеством раскованных звеньев ему удастся обойтись?
3. В каждой клетке доски 4×4 стоит рыцарь (всегда говорит правду) или лжец (всегда лжёт). Каждый из стоящих на доске сказал: «На клетках, с которыми у моей клетки есть общая сторона, в сумме ровно два рыцаря». Сколько всего рыцарей может быть на доске?
4. В магазине есть пакеты муки с надписями «1 кг», «2 кг», «3 кг» — по три пакета каждого вида. Продавец знает, что масса одного из этих девяти пакетов отличается от указанной на нём (но неизвестно, как и на сколько — может быть, даже на нецелое число граммов). Как продавцу определить этот пакет за три взвешивания на чашечных весах без гирь? Открывать пакеты, пересыпать муку, сравнивать массы пакетов на глаз нельзя.
5. Маша нарисовала на листе бумаги шестиугольник, составленный из одинаковых равносторонних треугольников (такой, как на рисунке справа). Настя разрежала этот шестиугольник по линиям сетки на несколько (больше двух) одинаковых по форме и по площади частей. Какими могли быть эти части? Укажите все возможные варианты!

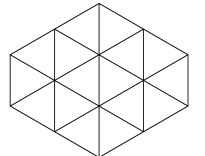


**ОСЕННЯЯ УСТНАЯ
ОЛИМПИАДА
ШЕСТИКЛАССНИКОВ**
18 сентября 2016 года



Довывод

1. Найдите все четырёхзначные числа, у которых сумма первых трёх цифр равна 24, а сумма последних трёх цифр равна 16.
2. У Кощея Бессмертного в сундуке лежат 13 частей старинной золотой цепи: у семи из них осталось всего по 5 звеньев, а у остальных — по 6 звеньев. Кощей хочет соединить все имеющиеся звенья в новую цепь. При этом некоторые звенья ему придётся расковать, а потом снова сковать. Каким наименьшим количеством раскованных звеньев ему удастся обойтись?
3. В каждой клетке доски 4×4 стоит рыцарь (всегда говорит правду) или лжец (всегда лжёт). Каждый из стоящих на доске сказал: «На клетках, с которыми у моей клетки есть общая сторона, в сумме ровно два рыцаря». Сколько всего рыцарей может быть на доске?
4. В магазине есть пакеты муки с надписями «1 кг», «2 кг», «3 кг» — по три пакета каждого вида. Продавец знает, что масса одного из этих девяти пакетов отличается от указанной на нём (но неизвестно, как и на сколько — может быть, даже на нецелое число граммов). Как продавцу определить этот пакет за три взвешивания на чашечных весах без гирь? Открывать пакеты, пересыпать муку, сравнивать массы пакетов на глаз нельзя.
5. Маша нарисовала на листе бумаги шестиугольник, составленный из одинаковых равносторонних треугольников (такой, как на рисунке справа). Настя разрежала этот шестиугольник по линиям сетки на несколько (больше двух) одинаковых по форме и по площади частей. Какими могли быть эти части? Укажите все возможные варианты!





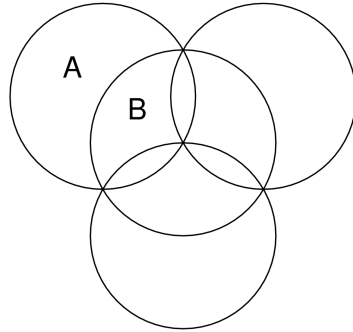
**ОСЕННЯЯ УСТНАЯ
ОЛИМПИАДА
ШЕСТИКЛАССНИКОВ**
18 сентября 2016 года



Вывод

6. Можно ли на доске 2016×2016 расставить 1007 ферзей так, чтобы они били все клетки? Ферзь бьёт все клетки, расположенные на одной вертикали, горизонтали или диагонали с той клеткой, на которой он стоит (включая и саму эту клетку). Ферзи могут бить друг друга!

7. Четыре одинаковые окружности расположены так, как показано на рисунке справа. Буквами А и В обозначены площади областей (ограниченных дугами окружностей), в которых расположены эти буквы. Какая из площадей больше — А или В — и на сколько, если каждая окружность ограничивает круг площадью 9 см^2 ?



8. В посёлке живёт тысяча мальчиков и тысяча девочек, некоторые из которых дружат друг с другом. Одним заклинанием местная колдунья может поссорить каких-нибудь мальчика и девочку или, наоборот, подружить. За какое наименьшее количество заклинаний она гарантированно сможет добиться того, чтобы каждый мальчик дружил с нечётным количеством девочек, а каждая девочка дружила с нечётным количеством мальчиков?

9. Про три целых числа a, b, c известно, что

$$(a + b)^2 + (b + c)^2 + (a + c)^2 = (a + b + c)^2.$$

Докажите, что $a = b = c = 0$.



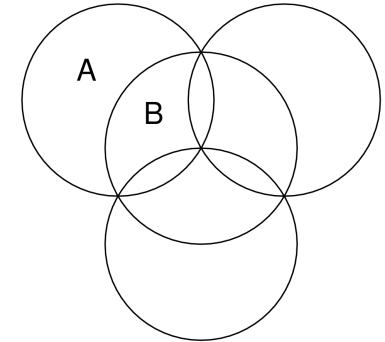
**ОСЕННЯЯ УСТНАЯ
ОЛИМПИАДА
ШЕСТИКЛАССНИКОВ**
18 сентября 2016 года



Вывод

6. Можно ли на доске 2016×2016 расставить 1007 ферзей так, чтобы они били все клетки? Ферзь бьёт все клетки, расположенные на одной вертикали, горизонтали или диагонали с той клеткой, на которой он стоит (включая и саму эту клетку). Ферзи могут бить друг друга!

7. Четыре одинаковые окружности расположены так, как показано на рисунке справа. Буквами А и В обозначены площади областей (ограниченных дугами окружностей), в которых расположены эти буквы. Какая из площадей больше — А или В — и на сколько, если каждая окружность ограничивает круг площадью 9 см^2 ?



8. В посёлке живёт тысяча мальчиков и тысяча девочек, некоторые из которых дружат друг с другом. Одним заклинанием местная колдунья может поссорить каких-нибудь мальчика и девочку или, наоборот, подружить. За какое наименьшее количество заклинаний она гарантированно сможет добиться того, чтобы каждый мальчик дружил с нечётным количеством девочек, а каждая девочка дружила с нечётным количеством мальчиков?

9. Про три целых числа a, b, c известно, что

$$(a + b)^2 + (b + c)^2 + (a + c)^2 = (a + b + c)^2.$$

Докажите, что $a = b = c = 0$.