



**Первый международный математический турнир
разновозрастных команд «Дважды Два»**

3 ноября 2012 г

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОМИНО (условия задач)

(Использованы задачи, предложенные А.Солыниным, К.Кнопом, И.Гагуа, Е.Ивановой, а также задачи из материалов кружков и выездных школ «ДваждыДва»)

1:1 Следующие грани игрального кубика являются смежными: 1 и 2, 1 и 5, 1 и 6, 2 и 6, 4 и 6, 5 и 6. Какая грань напротив грани 4?

1:2 На двух прямых отмечена точка пересечения и ещё по 10 точек на каждой прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

1:3 Даня в свой день рождения заметил, что свечи на его именинном торте можно выложить в виде квадрата, а можно - в виде правильного треугольника. Сколько лет исполнилось Дане?

1:4 У Робина Бобина есть электронные часы, которые показывают время с точностью до минут. Сейчас часы Робина Бобина показывают 13:29. Через сколько минут впервые случится снова, что все цифры на часах будут различными?

1:5 В семье есть Антон, его отец и дед. Пять лет назад удвоенный возраст отца равнялся сумме возрастов Антона и деда. Через 15 лет деду будет столько лет, сколько Антону и отцу вместе. А через три года дед окажется впятеро старше внука. Сколько сейчас лет отцу?

1:6 Про натуральное число A утверждается: “ A нечётно”, “ A делится на 7”, “ $A+4$ - точный квадрат”, “ A - точный квадрат”, “ $A < 50$ ”. При этом четыре утверждения верны, а одно нет. Каким может быть число A ? Приведите все варианты.

2:2 Сумма цифр числа равна 15, а произведение цифр - 20. Найдите наибольшее такое число.

2:3 К четырехклеточной фигуре, имеющей форму буквы Г, требуется добавить ещё одну клетку так, чтобы получилась фигура, имеющая ось симметрии. Сколькими способами это можно сделать?

2:4 7 школьников и 3 преподавателя принялись играть в пинг-понг. Преподаватели Елена Юрьевна и Анатолий Анатольевич играли только с преподавателями, школьник Гоша – только со школьниками, а все остальные играли со всеми. Сколько было встреч?

2:5 Астролог Поль Лока считает год счастливым, если одна из цифр этого года равна сумме остальных цифр. Например, 2013 – счастливый год, т.к. $3=2+0+1$. Сколько счастливых лет в XXI веке?

2:6 На какую цифру оканчивается произведение всех чисел, делящихся на 2013 и меньших 15000?

3:3 В коробке лежат зеленые и синие шарики. Коля достает шарики из ящика наугад. Чтобы наверняка попался один зеленый, ему нужно достать 13 шариков, а чтобы один синий — 11 шариков. Сколько в коробке шариков каждого цвета?

3:4 На какое наименьшее натуральное число надо умножить 99, чтобы получить число из одних единиц?

3:5 Найдите наибольшее возможное значение выражения $ДВА+ЖДЫ+ДВА+ТУР+НИР$. Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми – одинаковые.

3:6 На плоскости изображены 35 разных выпуклых четырехугольников. Какое наименьшее число вершин может быть нарисовано?

4:4 За круглым столом - 100 человек. Каждый является рыцарем или лжецом. Каждый сказал: “Среди трёх человек - двух моих соседей и человека напротив - ровно два лжеца”. Какое наибольшее количество рыцарей могло быть?

4:5 Считается, что Москва основана в 1147 году, так что в 2012 году ей исполняется 865 лет. Найдите ближайший год со следующим свойством: если из номера года вычеркнуть одну цифру и, возможно, переставить остальные, то полученное число будет в точности возрастом Москвы в том году.

4:6 В тёмном чулане находится 25 ботинок (не пар, а именно ботинок) - 10 левых и 15 правых. Из них 20 чёрных и 5 коричневых, но неизвестно, сколько левых и сколько правых ботинок каждого цвета. В темноте Вы можете отличить левый ботинок от правого, но цвет определить не можете. Сколько ботинок Вам нужно взять, чтобы среди них наверняка нашлась бы пара?

5:5 Несколько мартышек ели бананы. Каждая съела от 3 до 5 бананов. Ая съела на 10 бананов меньше, чем все остальные вместе взятые. Бая съела на 8 бананов меньше, чем все остальные вместе. Рая съела на 6 бананов меньше, чем все остальные в сумме. Сколько бананов было съедено всеми мартышками?

5:6 В конференции “Юношеская девятка” приняли участие дети, которых удалось рассадить за 25 парт (не более чем по два человека за парту). Всего было несколько мальчиков и 17 девочек. В порыве толерантности один мальчик подарил девочкам розу (с шипами), второй - две розы, третий - три розы, и т.д. Каждая девочка получила хотя бы одну розу, и количества роз, полученных девочками, образуют 17 подряд идущих чисел. Сколько детей было на конференции? Приведите все возможные варианты.

6:6 Сколько раз повторяется буква “д” в слове одиндватри...девятистодевятъ?

Бонусные задачи

0:1 На доске $n \times n$ стоят не бьющие друг друга ладья, ферзь, король, конь и слон. Найдите наименьшее такое n .

0:2 В каком году можно будет снова использовать календарь 2011 года? Приведите ближайший такой год.

0:3 Крош выложил в ряд 2013 монет достоинством 1, 2 и 3 копейки. Оказалось, что между любыми двумя копеечными монетами лежит хотя бы одна монета, между любыми двумя двухкопеечными монетами лежат хотя бы две монеты, а между любыми двумя трёхкопеечными монетами лежат хотя бы три монеты. Сколько у Кроша могло быть трёхкопеечных монет?

0:4 Прапорщик построил отряд из 1000 солдат и рассчитал их по порядку. После этого он дал им следующие команды: “Каждый второй - шаг вперёд!”, “Каждый третий – шаг назад!”, “Каждый четвёртый – шаг вперёд!”, и т.д. Солдат с каким номером будет стоять впереди всех, когда прапорщик закончит командовать?

0:5 Числа от 1 до 998 выписали в ряд: 123456789101112...997998. Из полученного числа нарезали двузначные числа (возможно, начинающиеся с нуля): 12, 34, 56, 78, 91, 01,... Сколько среди них будет чисел “10”?

0:6 В магазине продаются большие и маленькие раки. Два больших и три маленьких рака, но вчера, стоят на рубль дешевле, чем два больших и один маленький, но сегодня. Сегодня большой рак стоит столько же, сколько стоили вчера большой и маленький раки. Если купить по одному большому раку и вчера, и сегодня, то придётся потратить столько же, сколько при покупке трёх маленьких вчера и двух маленьких сегодня. Наконец, чтобы в течение этих двух дней покупать по одному большому и одному маленькому раку, придётся потратить 17 рублей. Сколько стоит большой рак сегодня?

0:0 Изначально у Васи не было ни одной конфеты. Петя подарил ему одну конфету. Через минуту подарил две конфеты. Ещё через минуту отнял три. И так далее: на k -й минуте он отнимает у Васи k конфет, если их можно отнять, и дарит k конфет, если k тому моменту у Васи было менее k конфет. Сколько конфет останется у Васи, когда Петя подарит ему (или отнимет у него) 100 конфет?