Первый математический Турнир Мёбиуса прошёл с 17 по 21 февраля 2018 года в Ивановской области на базе санатория «Зелёный Городок» при поддержке Творческой Лаборатории «Дважды Два» и журнала для любознательных «Квантик». В турнире приняли участие 11 команд школьников 4 и 5 классов из Москвы, Санкт-Петербурга, Иванова, Сыктывкара, Черноголовки и Мытищ (Московская область). За пять дней ребята приняли участие в турнире математических мини-боёв, устной личной олимпиаде, математических играх и мастер-классах.

В работе оргкомитета принимали активное участие, а также провели вечерние интеллектуальные игры и замечательные мастер-классы Пронина Алёна Александровна и Сундукова Светлана Сергеевна.

Оргкомитет выражает особую благодарность Чернятьеву Николаю Леонидовичу за участие в составлении задач, а также коллективу санатория «Зелёный Городок» и лично Поповой Наталье Юрьевне за предоставленные условия работы.

Председатель жюри, преподаватель кружков «СВМ — Союз Весёлых математиков»
Мигаев Сергей Владимирович

Председатель оргкомитета, преподаватель Творческой Лаборатории «Дважды Два»
Бондаренко Константин Николаевич

Содержание

1 Лига 4-х классов

Первый тур *17 февраля 2018 г.*

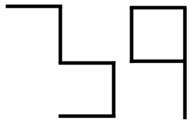
Задача 1. Найдите наименьшее положительное целое число, цифры которого идут строго по возрастанию слева направо и его сумма цифр равна 26.

Задача 2. Девять школьников из пяти городов добирались на Турнир Мёбиуса на поезде. Каждый из них ночью упал с полки, кто-то несколько раз. Утром выяснилось, что произошло 19 падений. Причём школьники из одного города падали одинаковое количество раз, а из разных городов — разное. Афанасий из Москвы упал два раза. Сколько ещё школьников падало с полки два раза?

(С. В. Мигаев)

Задача 3. Можно ли из данных двух кусочков проволоки сложить фигуру имеющую ось симметрии? Фигуры можно поворачивать и переворачивать.

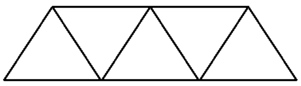
(К. Н. Бондаренко)



Задача 4. На Турнир Мёбиуса приехало 64 школьника, их расселили по 13 комнатам и на двери каждой комнаты написали количество школьников, которые в ней проживают. Может ли произведение этих чисел быть нечётным числом?

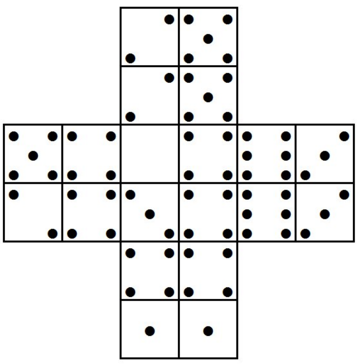
Задача 5. Глеб сложил 5 одинаковых равносторонних треугольников (треугольники, у которых все стороны равны), как показано на рисунке ниже. Периметр получившейся фигуры равен 42 см. Чему равен периметр одного исходного треугольника?

(предложил С. В. Мигаев)



Задача 6. Алёна сложила из одного комплекта домино фигуру. На рисунке показано только как расположились половинки доминошек. Покажите, как располагались доминошки. Объясните, почему они располагаются именно так.

(из материалов выездных школ «Дважды Два»)



Второй тур *18 февраля 2018 г.*

Задача 7. Мёба посчитал сумму цифр, с помощью которых записывается сегодняшняя дата: 18.02.2018 $(1 + 8 + 0 + 2 + 2 + 0 + 1 + 8)$. Сколько в этом году дат с такой же суммой цифр?

(К. Н. Бондаренко)

Задача 8. Сколькими способами можно разменять 8 рублей более мелкими монетами, если есть монеты в 1, 2 и 5 рублей?

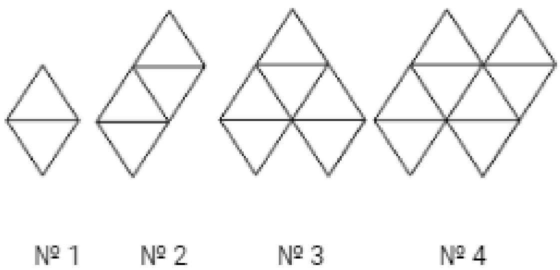
Задача 9. В тестировании участвовали 5 человек. На каждый вопрос один из них дал неправильный ответ (остальные дали правильный ответ). У Амёбы наименьшее количество правильных ответов — 10, наибольшее у Мёбы — 13. Количество правильных ответов у других участников может совпадать. Сколько всего вопросов было в тестировании?

Задача 10. В трех ящиках лежат орехи. В первом ящике на 17 орехов меньше, чем во втором и третьем вместе. Если из третьего ящика переложить во второй пять орехов, то во всех ящиках орехов станет поровну. Сколько орехов в каждом из ящиков?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 11. Из палочек, длинной 1 см, складывают фигуры, как показано на рисунке. Сколько потребуется таких палочек, чтобы сложить фигуру № 50?

(предложил С. В. Мигаев)



Задача 12. На турнир приехали школьники из разных городов. Один из организаторов заметил, что из них можно сделать 19 команд по 6 человек, и при этом еще менее четверти команд будут иметь по запасному игроку. Другой предложил сделать 22 команды по 5 или по 6 человек в каждой, и тогда более трети команд будут состоять из шести игроков. Сколько школьников приехало на турнир?

(Московская математическая регата 2012-2013 гг.)

Третий тур *18 февраля 2018 г.*

Задача 13. Из клетчатого квадрата 16×16 вырезали по сторонам клеток прямоугольник из 70 клеток. Чему равен периметр этого прямоугольника, если сторона клетки равна 1?

Задача 14. Охотник неделю охотился на уток и каждый день, начиная со второго приносил вдвое больше уток, чем в предыдущий день. Друзьям он сказал, что за вторник, среду и четверг он добыл ровно 100 уток. Не ошибся ли охотник?

(С. В. Мигаев)

Задача 15. Петя, Гена, Дима и Вова занимаются в спортивных секциях: гимнастической, баскетбольной, волейбольной и легкой атлетики. Волейболист старше Пети и Димы, хотя и учится с ними в одном классе. Петя и Гена на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе. Легкоатлет не знаком ни с баскетболистом, ни с волейболистом. Кто в какой секции занимается?

Задача 16. Снегопад в санатории «Зелёный городок» начался в полночь и продолжался ровно 10 000 минут. Могло ли случиться, что после этого сразу выглянуло солнце?

Задача 17. У Егора есть 5 алмазов, разных по массе. У него есть прибор, в который можно положить 2, 3 или 4 алмаза, и тогда прибор покажет на самый тяжелый из них. Егор хочет найти алмаз, средний по весу. Как ему это сделать, использовав прибор три раза?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 18. Дан набор костей домино. Можно ли все кости домино выложить в цепочку так, чтобы любые две соседние клетки различных костей домино в сумме давали нечетное число очков?

(из материалов выездных школ «Дважды Два»)

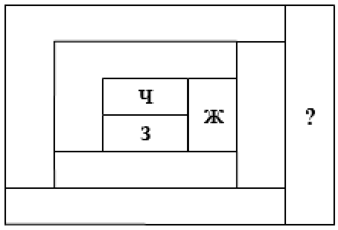
.

Четвёртый тур

20 февраля 2018 г.

Задача 19. Каждую область на схеме ниже красят одним из четырех цветов: чёрным (Ч), зеленым (З), желтым (Ж) или синим (С). При этом две области, имеющие общий отрезок границы, нельзя красить в один и тот же цвет. При условии, что центральные области окрашены так, как это показано на рисунке, в какой цвет может быть окрашена крайняя правая область?

(из Киевских турниров матбоёв)



Задача 20. «Динамо» сыграло 6 матчей: 1 матч команда выиграла, 2 свела вничью и 3 проиграла. Всего во всех играх динамовцы забили 5 голов и пропустили 3 мяча. С каким счетом мог завершиться матч, в котором «Динамо» победило?

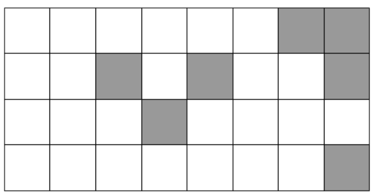
(из Киевских турниров матбоёв)

Задача 21. Света и Алёна играли на конфетки. Сначала Алёна проиграла половину своих конфеток Свете, потом Света проиграла 4 конфеты, потом снова Алёна проиграла треть своих Свете. В итоге у Алёны оказалось 34 конфетки, а всего у девочек в самом начале было 100 конфеток. Сколько конфет было у каждой девочки до начала игры?

(К. Н. Бондаренко)

Задача 22. Можно ли разрезать фигуру на рисунке на различные фигурки из пяти клеток? (Серые клетки вырезаны.)

(К. Н. Бондаренко)



Задача 23. В вазе лежат конфеты. Один школьник может съесть не более семи конфет. Чтобы съесть все конфеты из вазы необходимо четыре школьника. Когда в вазу положили ещё 11 конфет, пришлось звать на помощь ещё двух школьников.Какое наименьшее количество конфет могло быть в вазе первоначально?

(предложил С. В. Мигаев)

Задача 24. Лука, Ярослав и Егор решали задачи. Лука решил в 2 раза больше, чем Егор, но в одной задаче ошибся, а Ярослав решил в 3 раза больше, чем Егор, но ошибся в пяти задачах. Оказалось, что у Ярослава и Луки поровну правильно решенных задач. Сколько задач решил Егор, если он решил все задачи верно?

(С. В. Мигаев)

Пятый тур *20 февраля 2018 г.*

Задача 25. Будильник равномерно отстает на 4 минуты в час. Три с половиной часа тому назад он был поставлен точно. Сейчас на часах, показывающих точное время, 12 часов. Через сколько минут (точного времени) на будильнике тоже будет 12 часов?

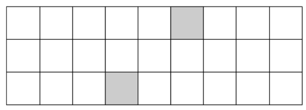
Задача 26. Сколько есть двузначных чисел, у которых цифра десятков отличается от цифры единиц более чем на 2?

Задача 27. В каждой ячейке таблицы 3×3 записано некоторое число, причем в каждой ячейке, в которой есть соседняя ячейка слева, записанное число, вдвое больше того, которое записано в соседней ячейке слева, а в каждой ячейке, в которой есть соседняя ячейка сверху, записанное число, втрое больше того, которое записано в соседней ячейке сверху. Известно, что сумма всех девяти чисел равна 182. Какое число записано в центральной ячейке таблицы?

(из Киевских турниров матбоёв)

Задача 28. Из прямоугольника 3×9 вырезали две клетки. Разрежьте полученную фигуру на три части и сложите из них квадрат.

(К. Н. Бондаренко)



Задача 29. На доске написано число 27. Каждую минуту число стирают с доски и записывают на его место произведение его цифр, увеличенное на 12. Например, через минуту на доске будет написано число $2 \cdot 7 + 12 = 26$. А что окажется на доске через час?

(ОММО–2016)

Задача 30. На острове живут 200 аборигенов: 100 рыцарей, которые говорят исключительно правду, и 100 лжецов, которые всегда лгут. У каждого из жителей острова есть хотя бы один друг. Как-то 100 жителей острова одновременно сказали: «Каждый мой друг — рыцарь». В этот же момент остальные 100 жителей сказали: «Каждый мой друг — лжец». Какое наименьшее количество пар, состоящих из рыцаря и лжеца, которые дружат между собой, может быть на острове? Один и тот же абориген может входить в несколько разных пар.

(из Киевских турниров матбоёв)

Полуфинал *21 февраля 2018 г.*

Задача 31. На школьной дискотеке Василий, Николай, Владимир и Алексей, все из разных классов, танцевали с девочками, но каждый танцевал не со своей одноклассницей. Лена танцевала с Василием, Аня — с одноклассником Наташи, Николай — с одноклассницей Владимира, а Владимир — с Олей. Кто с кем учится в одном классе?

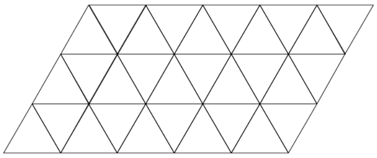
Задача 32. Можно ли отметить на плоскости по 5 оранжевых, 5 фиолетовых и 5 салатовых точек, все расстояния между которыми различны, так, чтобы для каждой оранжевой точки ближайшая к ней цветная была фиолетового цвета, для каждой фиолетовой точки— ближайшая салатового цвета, а для каждой салатовой точки — ближайшая оранжевого цвета?

(И. С. Петренко, Костромская ЛМШ–2017)

Задача 33. За круглым столом сидят 2018 человек. Каждый из них — рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжет. Оказалось, что рядом с каждым лжецом сидит ровно один лжец. Каждого из сидящих за столом спросили, сколько лжецов сидит рядом с ним. Получили только ответы «один» и «два». Какое наименьшее количество лжецов может сидеть за столом?

Задача 34. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке ниже, на 3 одинаковые фигуры и на 3 различные фигуры, состоящие из 5 маленьких треугольничков (каждую фигуру можно поворачивать и переворачивать, всего должно быть 4 различные фигуры).

(К. Н. Бондаренко)



Задача 35. Среди поваров несколько лентяев, а остальные — трудолюбивые люди. Лентяи никогда не говорят правду и всегда отвечают либо «суббота», либо «воскресенье». Трудолюбивые повара говорят только правду, когда здоровы, и ведут себя как лентяи, когда болеют. Каждый день в течение недели, с понедельника по воскресенье, каждому повару задавали вопрос: «Какой сегодня день недели?» В результате 25 раз прозвучали слова «суббота» или «воскресенье», и 31 раз другие дни. Какое максимальное число лентяев может быть среди поваров?

(по мотивам задачи Омских городских олимпиад)

Задача 36. На какое наименьшее натуральное число надо умножить число 10203040506070809, чтобы получилось число без нулей?

(из игр «Домино» Южного математического турнира)

Финал

21 февраля 2018 г.

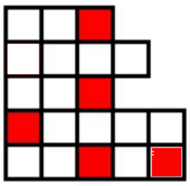
Задача 37. Можно ли на прямой отметить точки A, B, C, D, E так, чтобы расстояния между ними были равными: $AB = 6$, $BC = 7$, $CD = 1$, $DE = 9$, $AE = 12$?

(из Киевских турниров матбоёв)

Задача 38. У продавца есть чашечные весы. Помогите продавцу придумать набор из 4 гирь, с помощью которых он сможет взвешивать на этих весах любое целое число килограммов от 1 до 12. (При каждом взвешивании можно использовать не более двух гирь; гири можно ставить на разные чашки весов.)

Задача 39. Разрежьте фигуру на 5 четырёхклеточных фигурок различной формы таким образом, чтобы в каждой из пяти фигур присутствовала ровно одна серая клетка.

(из материалов выездных школ «Дважды Два»)



Задача 40. Можно ли покрасить 33 клетки доски 7×7, соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна соседствовать ни с одной другой ранее закрашенной клеткой?

(из Омских городских олимпиад)

Задача 41. У числа 2018 нашли сумму цифр — 11. Потом нашли произведение цифр получившегося числа — получили 1. Сколько ещё таких лет в 21 веке, обладающих таким же свойством?

(С. В. Мигаев)

Задача 42. Можно ли на каждое поле шахматной доски поставить белого или черного короля так, чтобы каждый король бил больше королей чужого цвета, чем своего, а общее количество белых и черных королей была разной?

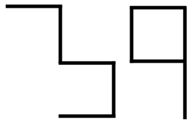
(из Киевских турниров матбоёв)

2 Лига 5-х классов

Первый тур *17 февраля 2018 г.*

Задача 43. Можно ли из данных двух кусочков проволоки сложить фигуру имеющую ось симметрии? Фигуры можно поворачивать и переворачивать.

(К. Н. Бондаренко)



Задача 44. У Лилианы и Тимура было по прямоугольному листу бумаги одинаковых размеров. Каждый из них разрезал свой лист на две части и получил два новых прямоугольника. Лилиана посчитала периметры своих прямоугольников и сложила результаты. Получилось 18 см. Тимур произвёл такие же расчёты со своими прямоугольниками и получил 24 см. Чему равен периметр исходного листа бумаги?

(предложил С. В. Мигаев)

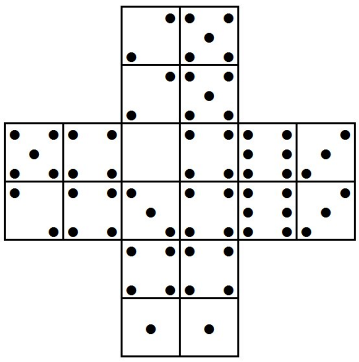
Задача 45. Девять школьников из пяти городов добирались на Турнир Мёбиуса на поезде. Каждый из них ночью упал с полки, кто-то несколько раз. Утром выяснилось, что произошло 19 падений. Причём школьники из одного города падали одинаковое количество раз, а из разных городов — разное. Афанасий из Москвы упал два раза. Сколько ещё школьников падало с полки два раза?

(С. В. Мигаев)

Задача 46. На Турнир Мёбиуса приехало 64 школьника, их расселили по 13 комнатам и на двери каждой комнаты написали количество школьников, которые в ней проживают. Может ли произведение этих чисел быть нечётным числом?

Задача 47. Алёна сложила из одного комплекта домино фигуру. На рисунке показано только как расположились половинки доминошек. Покажите, как располагались доминошки. Объясните, почему они располагаются именно так.

(из материалов выездных школ «Дважды Два»)



Задача 48. У слесаря Ангелины есть набор редукторов которые могут изменить скорость в 2, 3, 5 и 7 раз. Можно ли увеличить скорость вращения в 2018 раз?

(К. Н. Бондаренко)

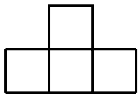
Второй тур *18 февраля 2018 г.*

Задача 49. Клара посчитала сумму цифр, с помощью которых записывается сегодняшняя дата: 18.02.2018 ($1+8+0+2+2+0+1+8$). Сколько в этом году дат с такой же суммой цифр?

(К. Н. Бондаренко)

Задача 50. Сколько существует разных квадратов площадью меньше 100 клеточек, которые можно составить из фигурок Т-тетрамино?

(С. В. Мигаев)



Задача 51. Если Стас стоит на столе, а Егор на стуле, то Стас выше Егора на 40 см. Если Егор стоит на столе, а Стас на стуле, то Егор выше Стаса на 50 см. На сколько стол выше стула?

(предложил С. В. Мигаев)

Задача 52. *Волшебной* парой чисел назовём такие два последовательных числа, в записи которых нет общих цифр, например, 9 и 10 — волшебная пара, а 10 и 11 — нет. Сколько волшебных пар в первой сотне натуральных чисел?

(К. Н. Бондаренко)

Задача 53. Никита с инструктором пошел кататься на лыжах. Они нашли ровный участок длиной 12 км и побежали. Никита, впервые встав на лыжи поехал со скоростью 70 м/мин, а инструктор помчался со своей обычной скоростью 250 м/мин. Добежав до конца, инструктор развернулся и поехал Никите навстречу. Через сколько минут от начала движения они встретятся?

(К. Н. Бондаренко)

Задача 54. В тестировании участвовали 5 человек. На каждый вопрос один из них дал неправильный ответ (остальные дали правильный ответ). У Амёбы наименьшее количество правильных ответов — 10, наибольшее у Мёбы — 13. Количество правильных ответов у других участников может совпадать. Сколько всего вопросов было в тестировании?

Третий тур *18 февраля 2018 г.*

Задача 55. Тихон вытащил из полного комплекта домино все доминошки, сумма точек на которых — чётное число. Можно ли из оставшихся доминошек сложить цепочку по правилам игры? (К единице прикладывается единица, к двойке двойка, к тройке тройка и так далее.)

(из материалов выездных школ «Дважды Два»)

Задача 56. Во всех клетках таблицы стоят нули. Катя несколько раз выбирает квадрат 2×2 и увеличивает на 1 все числа, стоящие в нём. Какое число написано в центре таблицы (см. рисунок), если известны числа только в четырёх клетках исходной таблицы?

(«Домино», II Турнир математических игр в Орлёнке, 2009 г.)

*	4	*
5	*	*
2	*	3

Задача 57. У Егора есть 5 алмазов, разных по массе. У него есть прибор, в который можно положить 2, 3 или 4 алмаза, и тогда прибор покажет на самый тяжелый из них. Егор хочет найти алмаз, средний по весу. Как ему это сделать, использовав прибор три раза?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 58. За каждую полученную в школе «пятёрку» Пете разрешалось одну минуту покрутить спиннер. При этом за каждую десятую «пятёрку» добавлялась ещё одна минута, а за каждую сотую добавлялось ещё пять минут (т. е. за сотую «пятёрку» Петя получал стандартную минуту, плюс дополнительную «за каждую десятую» и плюс пять дополнительных «за каждую сотую»). В течении учебного года Петя крутил спиннер 3 часа 20 минут. Сколько «пятёрок» получил в течении этого учебного года?

(С. В. Мигаев)

Задача 59. Из клетчатого квадрата 16×16 вырезали по сторонам клеток прямоугольник из 70 клеток. Чему равен периметр этого прямоугольника, если сторона клетки равна 1?

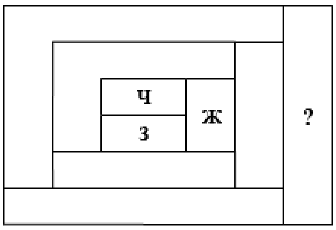
Задача 60. У Арнольда есть 27 пакетов с сахаром весом 1 кг, 2 кг, ..., 27 кг. Он их разложил на кучки, в каждой из которых самый тяжелый пакет весит столько же, сколько и все остальные вместе. Найдите число кучек.

(Фольклор)

Четвёртый тур *20 февраля 2018 г.*

Задача 61. Каждую область на схеме ниже красят одним из четырех цветов: чёрным (Ч), зеленым (З), желтым (Ж) или синим (С). При этом две области, имеющие общий отрезок границы, нельзя красить в один и тот же цвет. При условии, что центральные области окрашены так, как это показано на рисунке, в какой цвет может быть окрашена крайняя правая область?

(из Киевских турниров матбоёв)



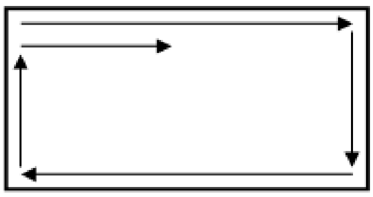
Задача 62. «Динамо» сыграло 6 матчей: 1 матч команда выиграла, 2 свела вничью и 3 проиграла. Всего во всех играх динамовцы забили 5 голов и пропустили 3 мяча. С каким счетом мог завершиться матч, в котором «Динамо» победило?

(из Киевских турниров матбоёв)

Задача 63. Найти восемь последовательных целых чисел так, чтобы сумма первых пяти равнялась сумме трёх последних.

Задача 64. На клетчатом листе нарисован прямоугольник (100 строк и 200 столбцов). Клетки прямоугольника постепенно закрашивают: начинают с левой верхней клетки и идут вдоль спирали по часовой стрелке, как это показано на рисунке ниже: дойдя до края по ещё не закрашенным клеткам, каждый раз возвращаются направо. Какая клетка прямоугольника будет закрашена последней?

(А. В. Хачатурян, ММО–2001)



Задача 65. У Оли есть 30 гирь. Все гири весят разное целое число килограмм, не более 60 кг, а общий вес — чётное число килограмм. Оля выяснила, что её гири нельзя разделить на 2 равные по массе части. Могло ли такое быть?

(по мотивам задачи А. Толпыго, XXXII Турнир Городов)

Задача 66. В вазе лежат конфеты. Один школьник может съесть не более семи конфет. Чтобы съесть все конфеты из вазы необходимо четыре школьника. Когда в вазу положили ещё 11 конфет, пришлось звать на помощь ещё двух школьников.Какое наименьшее количество конфет могло быть в вазе первоначально?

(предложил С. В. Мигаев)

Пятый тур *20 февраля 2018 г.*

Задача 67. Сколько есть двузначных чисел, у которых цифра десятков отличается от цифры единиц более чем на 2?

Задача 68. Надежда проводила разбор для трёх школьников. Первый школьник услышал решение 15 задач и заснул до конца разбора. Второй школьник услышал 12 задач и заснул до конца разбора, а третий всего 7 и также уснул. Оказалось, что один из школьников проспал в три раза больше задач, чем другой. А сколько задач проспал оставшийся школьник?

(Жюри)

Задача 69. В каждой ячейке таблицы 3×3 записано некоторое число, причем в каждой ячейке, в которой есть соседняя ячейка слева, записанное число, вдвое больше того, которое записано в соседней ячейке слева, а в каждой ячейке, в которой есть соседняя ячейка сверху, записанное число, втрое больше того, которое записано в соседней ячейке сверху. Известно, что сумма всех девяти чисел равна 182. Какое число записано в центральной ячейке таблицы?

(из Киевских турниров матбоёв)

Задача 70. На острове живут 200 аборигенов: 100 рыцарей, которые говорят исключительно правду, и 100 лжецов, которые всегда лгут. У каждого из жителей острова есть хотя бы один друг. Как-то 100 жителей острова одновременно сказали: «Каждый мой друг — рыцарь». В этот же момент остальные 100 жителей сказали: «Каждый мой друг — лжец». Какое наименьшее количество пар, состоящих из рыцаря и лжеца, которые дружат между собой, может быть на острове? Один и тот же абориген может входить в несколько разных пар.

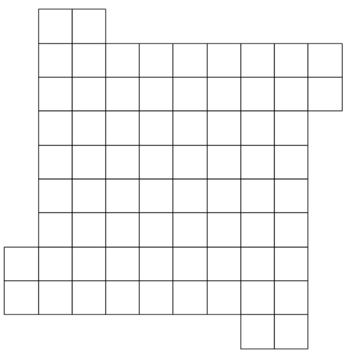
(из Киевских турниров матбоёв)

Задача 71. Вася и Маша поженились в 1996 году. С тех пор у них родились четверо детей, и новый 2017 год встречали уже все шестеро. По странному совпадению все дети родились 6 февраля, а 7 февраля 2018 года, Вася заметил, что возраст старшего равен произведению возрастов трёх младших. Докажите, что в этой семье есть близнецы.

(ОММО-2016)

Задача 72. Разрежьте фигуру, показанную на рисунке, на 6 равных частей, делая разрезы по сторонам клеток.

(Д. А. Калинин, турнир «Kostroma Open» 2014 г.)



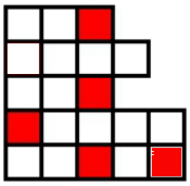
Полуфинал *21 февраля 2018 г.*

Задача 73. Можно ли отметить на плоскости по 5 оранжевых, 5 фиолетовых и 5 салатовых точек, все расстояния между которыми различны, так, чтобы для каждой оранжевой точки ближайшая к ней цветная была фиолетового цвета, для каждой фиолетовой точки — ближайшая салатового цвета, а для каждой салатовой точки — ближайшая оранжевого цвета?

(И. С. Петренко, Костромская ЛМШ–2017)

Задача 74. Разрежьте фигуру на 5 четырёхклеточных фигурок различной формы таким образом, чтобы в каждой из пяти фигур присутствовала ровно одна серая клетка.

(из материалов выездных школ «Дважды Два»)



Задача 75. На школьной дискотеке Василий, Николай, Владимир и Алексей, все из разных классов, танцевали с девочками, но каждый танцевал не со своей одноклассницей. Лена танцевала с Василием, Аня — с одноклассником Наташи, Николай — с одноклассницей Владимира, а Владимир — с Олей. Кто с кем учится в одном классе?

Задача 76. Среди поваров несколько лентяев, а остальные — трудолюбивые люди. Лентяи никогда не говорят правду и всегда отвечают либо «суббота», либо «воскресенье». Трудолюбивые повара говорят только правду, когда здоровы, и ведут себя как лентяи, когда болеют. Каждый день в течение недели, с понедельника по воскресенье, каждому повару задавали вопрос: «Какой сегодня день недели?» В результате 25 раз прозвучали слова «суббота» или «воскресенье», и 31 раз другие дни. Какое максимальное число лентяев может быть среди поваров?

(по мотивам Омских городских олимпиад)

Задача 77. За круглым столом сидят 2018 человек. Каждый из них — рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжет. Оказалось, что рядом с каждым лжецом сидит ровно один лжец. Каждого из сидящих за столом спросили, сколько лжецов сидит рядом с ним. Получили только ответы «один» и «два». Какое наименьшее количество лжецов может сидеть за столом?

Задача 78. В турнире участвовало 10 ребят. Каждый день из ребят составлялось 5 пар и ребята из каждой пары играли друг с другом одну партию. Всего каждый из ребят поиграл с каждым только раз, при этом не меньше чем в половине всех партий игроки были односельчанами (из одного села). Докажите, что в каждом туре хотя бы одна партия была между односельчанами.

(по мотивам задачи Турнира Городов)

Финал *21 февраля 2018 г.*

Задача 79. На какое наименьшее натуральное число надо умножить число 10203040506070809, чтобы получилось число без нулей?

(из игр «Домино» Южного математического турнира)

Задача 80. В соревнованиях по атлетике участвовало 40 школьников, и у каждого было ровно три друга среди участников. Награды получили 27 школьников. Докажите, что есть школьник, у которого все три его друга получили награды.

(из Румынских олимпиад)

Задача 81. Десять пятиклассников на играх решили 49 задач, причем известно, что среди них есть решившие ровно одну задачу, решившие ровно две задачи и решившие ровно три задачи. Докажите, что среди них есть школьник, решивший не менее семи задач.

Задача 82. Можно ли покрасить 33 клетки доски 7×7, соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна соседствовать ни с одной другой ранее закрашенной клеткой?

(из Омских городских олимпиад)

Задача 83. У продавца есть чашечные весы. Помогите продавцу придумать набор из 4 гирь, с помощью которых он сможет взвешивать на этих весах любое целое число килограммов от 1 до 12. (При каждом взвешивании можно использовать не более двух гирь; гири можно ставить на разные чашки весов.)

Задача 84. Можно ли на каждое поле шахматной доски поставить белого или черного короля так, чтобы каждый король бил больше королей чужого цвета, чем своего, а общее количество белых и черных королей была разной?

(из Киевских турниров матбоёв)

3 Олимпиады

Устная личная олимпиада, 4 класс

Довывод

Задача 85. Можно ли составить квадрат 7×7 из фигурок Z-тетрамино и трёхклеточных уголков? Фигурок каждого типа можно использовать сколько угодно, все фигуры можно поворачивать и переворачивать.

(К. Н. Бондаренко)

Задача 86. Поезд «Москва – Новосибирск» отправился из Москвы 19 февраля в 13:50 и прибыл 21 февраля в 18:50. Поезд «Новосибирск – Москва» отправился из Новосибирска 25 февраля в 11:20 и прибыл на конечную станцию 27 февраля в 10:20. Время отправления и прибытия указано **местное**, поезд по маршруту туда и обратно тратит одинаковое количество времени на остановки, на всём пути едет с постоянной скоростью. Определите, какая разница во времени между Москвой и Новосибирском.

(С. В. Мигаев)

Задача 87. У Светы и Алёны по 24 мешка с конфетами весом $1, 2, 3, \ldots, 24$ кг. Они по очереди подкладывают по одному мешку каждая на свою чашу весов, причем первой начинает Света. Алёна выигрывает, если после чьего-либо хода разность масс на чашах будет равна 17 кг, проигрывает, если такого не произошло, а мешки у девочек закончились. Всегда ли Алёна сможет выиграть?

(предложил С. В. Мигаев)

Вывод

Задача 88. На уроке математики учитель написал на доске 6 различных цифр. Мальчик Серёжа выбрал три цифры и составил из них самое большое число, которое можно было составить из этих трех цифр. Мальчик Костя из оставшихся трех цифр составил наименьшее число, которое можно было составить из этих трех цифр. Сумма чисел, которые составили мальчики, оказалась равна 499. Какие числа написали составили мальчики?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 89. Есть три монеты. Одна из них фальшивая. Вася и Петя (один рыцарь, другой лжец, кто именно кто — неизвестно) знают, какая монета фальшивая. Разрешается выбрать одну или две монеты и спросить у Васи или у Пети, есть ли среди них фальшивая. Вася и Петя отвечают только «да» или «нет», рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Как за 2 вопроса определить хотя бы одну настоящую монету?

(Е. Ю. Иванова, Олимпиада шестиклассников «Дважды Два», 2017 г.)

Задача 90. Три стрелка Пётр, Евгений и Семён сделали по шесть выстрелов в одну и ту же мишень и выбили по одинаковому количеству очков. Известно, что Пётр за первые три выстрела выбил 43 очка, а Евгений первым выстрелом выбил 3 очка. Известно, что в 50 очков было одно попадание, в 25 — два, в 20 — три, в 10 — три, в 5 — два, в 3 — два, в 2 — два, в 1 — три. Кто наибольшее количество раз выбил 10 очков?

Послевывод

Задача 91. Натуральные числа от 1 до 40 000 выписаны по порядку: $1234567891011\ldots40000$. Сколько раз в этой последовательности цифр встречается комбинация 2018 (именно в этом порядке)?

(X Южный математический турнир, 2015 г.)

Задача 92. В 10 мешках находится ровно 1000 орехов, при этом в каждом мешке их разное количество. В какой-то момент выбирается мешочек, в котором максимум орехов, берутся из него 9 орехов и раскладывается по 1 в каждый из других мешочков. Такая процедура повторяется пока не наступит момент, когда по крайней мере в двух мешочках количество орехов станет одинаковым. Обязательно ли процедура закончится через конечное количество шагов?

(X Киевский турнир математических боёв)

Устная личная олимпиада, 5 класс

Довывод

Задача 93. Три стрелка Пётр, Евгений и Семён сделали по шесть выстрелов в одну и ту же мишень и выбили по одинаковому количеству очков. Известно, что Пётр за первые три выстрела выбил 43 очка, а Евгений первым выстрелом выбил 3 очка. Известно, что в 50 очков было одно попадание, в 25 — два, в 20 — три, в 10 — три, в 5 — два, в 3 — два, в 2 — два, в 1 — три. Кто наибольшее количество раз выбил 10 очков?

Задача 94. Леночка составляет трёхзначное число. Сначала она записывает цифры в разряды единиц и десятков. Если сумма этих двух цифра меньше или равна 5, то Леночка записывает в разряд сотен чётную цифру, в ином случае — нечётную. Сколько трёхзначных чисел может получиться у Леночки?

(К. Н. Бондаренко)

Задача 95. Можно ли квадратную сетку 3×3 собрать из трёх ломаных? (Ломаная — геометрическая фигура, состоящая из отрезков, последовательно соединенных своими концами. Никакие две ломаные не должны иметь общих отрезков.)

Вывод

Задача 96. На уроке математики учитель написал на доске 6 различных цифр. Мальчик Серёжа выбрал три цифры и составил из них самое большое число, которое можно было составить из этих трех цифр. Мальчик Костя из оставшихся трех цифр составил наименьшее число, которое можно было составить из этих трех цифр. Сумма чисел, которые составили мальчики, оказалась равна 499. Какие числа написали составили мальчики?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 97. Есть три монеты. Одна из них фальшивая. Вася и Петя (один рыцарь, другой лжец, кто именно кто — неизвестно) знают, какая монета фальшивая. Разрешается выбрать одну или две монеты и спросить у Васи или у Пети, есть ли среди них фальшивая. Вася и Петя отвечают только «да» или «нет», рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Как за 2 вопроса определить хотя бы одну настоящую монету?

(Е. Ю. Иванова, Олимпиада шестиклассников «Дважды Два», 2017 г.)

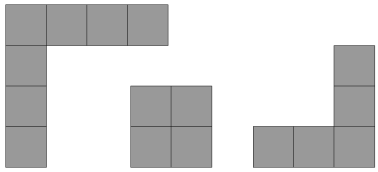
Задача 98. Натуральные числа от 1 до 40 000 выписаны по порядку: 1234567891011 . . . 40000. Сколько раз в этой последовательности цифр встречается комбинация 2018 (именно в этом порядке)?

(X Южный математический турнир, 2015 г.)

Послевывод

Задача 99. Можно ли выложить прямоугольник 10×9 используя фигурки из набора, изображенного ниже? *Фигурки можно поворачивать и переворачивать.*

(К. Н. Бондаренко)



Задача 100. В 10 мешках находится ровно 1000 орехов, при этом в каждом мешке их разное количество. В какой-то момент выбирается мешочек, в котором максимум орехов, берутся из него 9 орехов и раскладывается по 1 в каждый из других мешочков. Такая процедура повторяется пока не наступит момент, когда по крайней мере в двух мешочках количество орехов станет одинаковым. Обязательно ли процедура закончится через конечное количество шагов?

(X Киевский турнир математических боёв)

4 Решения задач

Лига 4-х классов

Первый тур

1. Искомое число не может быть двузначным или трёхзначным, т. к. $8+9=17<26$ и $7+8+9=24<26$. А значит это минимум четырёхзначное число. Цифра в разряде тысяч минимум $26-9-8-7=2$. Значит, искомое число 2789.

2. Так как каждый из 9 школьников падал хотя бы раз, а из разных городов школьники падали разное количество раз, то минимальная сумма падений 5 школьников из разных городов $1+2+3+4+5=15$. Значит остальные 4 школьника в сумме падали не более $19-15=4$ раз. Если хотя бы один из них падал больше 1 раза, значит какой-то школьник не падал ни разу, а это противоречит условию. Значит каждый из этих четырёх падал ровно 1 раз ($19=1\cdot5+2+3+4+5$). Значит был только один школьник, который падал ровно 2 раза — это Афанасий. Таким образом, кроме него не было школьников, которые падали ровно 2 раза.

3. Да, можно. Нужно правую часть повернуть на 180 градусов и приложить слева к левой части — получится «трёхклеточный» уголок.

4. Предположим, что так могло случиться. Тогда в каждой комнате проживает нечётное число школьников (если хоть в одной комнате будет чётное количество, то и произведение будет чётным). Но сумма 13-ти нечётных чисел нечетна, то есть не равна 64. Противоречие.

5. Периметр фигуры состоит из 7 одинаковых отрезков — сторон правильного треугольника. Одна сторона равна $42:7=6$ см. Периметр треугольника равен $6\cdot3=18$ см.

6. Посмотрим на шестёрки в правой части фигуры. Если фигура состояла из $6:3$, то тогда тройка ниже может быть только в $6:3$. Тогда в наборе присутствуют 2 одинаковые костяшки. Противоречие. Если в фигуре была $4:6$, то тогда вторая шестёрка также принадлежит только $4:6$. Опять доминошки повторяются — такого не должно быть. Т. о. в фигуре можно единственным образом выделить $3:3$ и $6:6$.
В нижней части фигуры аналогично единственным образом определяется $1:1$. После этого можно заметить, что самая нижняя правая четвёрка в любом случае состоит в $4:4$. Если в верхней части была $2:5$, то пятёрка ниже единственным образом относится к $5:4$. Тогда пятёрка в левой части не может быть ни на одной доминошке. Противоречие. Значит верхняя часть состоит из $2:2$ и $5:5$.
В центре доминошки $4:4$ быть не может, так как в $4:4$ должна входить четвёрка из нижней части. Значит точно присутствует $0:4$. Так как в левой части не может быть $4:4$, значит она разбивается на $5:4$ и $2:4$. Оставшиеся 4 клетки можно разбить на $4:3$ и $4:4$ двумя способами. Получается 2 варианта.

Второй тур

7. Раз нужно найти даты в том же году, то будем рассматривать только цифры дня и месяца, их сумма равна $1+8+0+2=11$. Аккуратно переберём даты по месяцам. В январе и в октябре таких дат только две: 19.01 и 28.01, 19.10 и 28.10. Далее в июле и в августе подходящих дат по четыре: 4.07, 13.07, 22.07 и 31.07, 3.08, 12.08, 21.08 и 30.08. А в остальных месяцах по 3. Всего $2\cdot2+2\cdot4+8\cdot3=36$.

8. Если использовать монету 5 рублей, то оставшуюся сумму в 3 рубля можно набрать двумя способами: три монетки в 1 рубль или по монете в 1 рубль и 2 рубля. А если использовать *только* рублёвые и двухрублёвые монеты, то получится 5 способов: монеток 2 рубля может быть $0,1,2,3$ и 4 штуки (остальные — рублевые).

9. Раз на каждый вопрос один из людей дал неправильный ответ, значит на каждый вопрос было дано 4 правильных ответа. Значит общее число правильных ответов делится на 4 (и, следовательно, чётное). Участники тестирования, кроме Мёбы и Амёбы, ответили правильно на 11 или 12 вопросов правильно. Так как у Мёбы и Амёбы вместе 23 правильных вопроса, то

у остальных в сумме тоже должно быть нечётное число (чтобы сумма была чётной). Значит из оставшихся трёх человек у нечётного количества должно быть нечетное количество правильных ответов. Варианты только 11, 11, 11 или 11, 12, 12.
Тогда найдём суммы правильных ответов в обоих случаях: $11 + 11 + 11 + 10 + 13 = 56$ и $11+12+12+10+13 = 58$. На 4 делится только 56. Правильных ответов было 56, значит вопросов $56 : 4 = 14$.

10. Переложим из третьего ящика во второй пять орехов. Во всех ящиках орехов станет поровну. При этом в первом на 17 меньше, чем в третьем и втором. Но тогда в каждом ящике по 17 орехов. И соответственно, изначально было 17, 12, 22 орехов.

11. К каждой следующей фигуре прибавляется «ромбик», состоящий из 5 палочек, но без одной границы. Соответственно фигура № 50 будет состоять из 50 ромбиков, но между каждыми двумя соседними ромбиками общая палочка учитывается только 1 раз. Соответственно, нужно вычесть количество этих «граничных» палочек, их $50 - 1 = 49$. Значит чтобы сложить фигуру № 50 потребуется $5 \cdot 50 - 49 = 250 - 49 = 201$ палочка.

12. Посмотрим на первое условие. Менее четверти от 19 это 4 ($5 \cdot 4 = 20$), поэтому школьников не более $19 \cdot 6 + 4 \cdot 1 = 118$. Из второго условия следует, что школьников не менее $22 \cdot 5 + 8 \cdot 1 = 118$ ($7 \cdot 3 = 21$). Получается, что на турнир приехало ровно 118 школьников.

Третий тур

13. Выясним, какие могли быть размеры у прямоугольника. Произведение двух чисел равно 70, тогда это могут быть числа 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70. Прямоугольники 1×70 и 2×35 не поместятся в квадрате, а прямоугольники 5×14 и 7×10 поместятся. Тогда периметры, соответственно равны $(5 + 14) \cdot 2 = 38$ ед. и $(7 + 10) \cdot 2 = 34$ ед.

14. Пусть во вторник охотник подстрелил x уток, тогда в среду и четверг он добыл соответственно $2x$ и $4x$ уток. Всего $x + 2x + 4x = 7x$, но 100 не делится на 7. Охотник ошибся.

15. Из условия *«волейболист старше Пети и Димы, хотя и учится с ними в одном классе»* следует, что Петя и Дима не являются волейболистами. Из условия *«Петя и Гена на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе»* следует, что они не гимнасты. Раз *«легкоатлет не знаком ни с баскетболистом, ни с гимнастом»*, но волейболист знаком с Петей и Димой, так как учится с ними в одном классе, то ни Петя, ни Дима не легкоатлеты. Значит Петя — баскетболист. Но он знаком и с Димой, и с Геной, а легкоатлет не знаком с баскетболистом, значит легкоатлет — Вова. Значит гимнаст — Дима, а волейболист — Гена.

16. 10 000 минут равны 166 часам и 40 минутам, а это 6 суток 22 часа и 40 минут. Снегопад закончился в 22 часа 40 минут. Если не забывать, что турнир проходит в Ивановской области, то солнца вряд ли стоит ожидать.

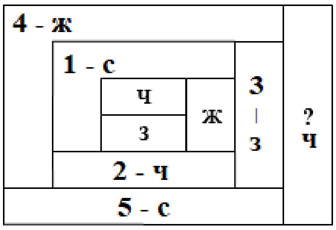
17. Положим в прибор 4 алмаза. Тот, который самый тяжелый, не может быть средним (он или 4-й или 5-й по массе), отложим его. Положим в прибор оставшиеся 4 алмаза. Опять, самый тяжелый откладываем, так как он не может быть средним. Отправляем в прибор оставшиеся три алмаза. Самый тяжелый из них и есть средний.

18. Нельзя. Нечётная сумма получится если соединить «чётную» и «нечётную» клетки (в которых записаны чётные и нечётные числа), таких клеток должно быть поровну. Но «чётных» клеток $4 \cdot 8 = 32$, а «нечётных» $3 \cdot 8 = 24$.

.

Четвёртый тур

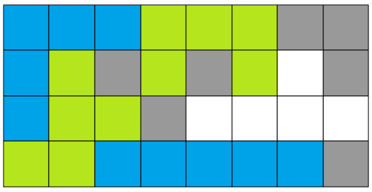
19. Последовательно красим области 1, 2, 3, 4 и 5 по указанному правилу. Тогда крайняя правая область покрашена в чёрный (Ч) цвет.



20. В проигранных матчах было пропущено хотя бы по 1 мячу, всего пропущено хотя бы 3 — пропущено ровно 3 мяча, все поражения закончились со счётом $0:1$. Тогда в ничьих «Динамо» не могло больше ни пропустить ни одного мяча, ни забить — все ничьи прошли со счётом $0:0$. Тогда единственный матч, который «Динамо» выиграло закончился со счётом $5:0$.

21. У Алёны в конце оказалось 34 конфетки (к). Значит у Светы $110-34=66$ к. Перед этим Алёна проиграла треть, значит у неё осталось $2/3$ от начального количества. Значит у Алёны была $34+34/2=51$ к. А у Светы — $66-34/2=49$ к. До этого Света проиграла 4 к, значит изначально у неё было $49+4=53$ к, у Алёны $51-4=47$ к. До этого Алёна проиграла половину всех своих к, значит у неё осталась половина. Значит изначально у неё было $47\cdot 2=94$ к, а у Светы $53-47=6$ к. Отметим также, что общее количество конфеток не изменялось во время игры.

22. Можно. Один из вариантов разрезания приведён на рисунке выше.



23. Когда в вазу положили ещё 11 конфет и пришлось звать на помощь ещё двух школьников, стало не менее 36 конфет (иначе с 35 или меньшим количеством конфетами могли справиться 5 школьников). Первоначально могло быть минимум $36-11=25$ конфет. И да, трое школьников не смогли бы опустошить вазу $3\cdot 7=21<25$.

24. Пусть Егор решил x задач. Тогда Лука решил $2x-1$, а Ярослав $3x-5$ задач. Составим уравнение: $2x-1=3x-5$, отсюда $x=4$. Значит, Егор решил 4 задачи.

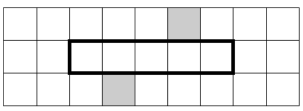
Пятый тур

25. Будильник за 3,5 часа отстал на $3{,}5\cdot 4=14$. Сейчас на будильнике $11:46$. Значит через 14 минут будет на будильнике 12 часов.

26. Посчитаем количество чисел, у которых цифра единиц больше цифры десятков более чем на два . Чисел, начинающихся с цифры 1: 14, 15, 16, 17, 18, 19 — 6 чисел; с 2: 25, 26, …, 29 — 5; с 3 — 4; с 4 — 3; с 5 — 2; с 6: 69 — 1. Итого $6+5+4+3+2+1=21$.
Посчитаем количество чисел, у которых цифра единиц меньше цифры десятков более чем на два. Чисел, заканчивающихся на цифру 0: 30, 40, 50, 60, …, 90 — 7 чисел; на 1: 41, 51, 61, 71, 81, 91 — 6; на 2 — 5; на 3 — 4; на 4 — 3; на 5 — 2; на 6: 96 — 1. Итого $7+6+5+4+3+2+1=28$.
Всего чисел $21+28=49$.

27. Пусть в левой верхней ячейки записано число x. Тогда в таблице будут такие числа (по строчкам, сверху вниз): $x, 2x, 4x; 3x, 6x, 12x; 9x, 18x, 36x$. Их сумма равна $91x=182$, откуда $x=2$. А в центральной ячейке записано число $6x=12$.

28. Из двух симметричных частей сложим прямоугольник 5×4 и присоединим к нему прямоугольник 1×5 — получим квадрат 5×5.



29. Начнём делать с числами действия из задачи, получим ряд: 27, 26, 24, 20, 14, 16, 18, 20, 14, … Заметим, что получился цикл длины 4 (20, 14, 16, 18) с предпериодом длины 3. То есть через 60 минут появится 61-е число: $(61 - 3) : 4 = 14$ (ост 2) — это второе число из цикла, 14.

30. Меньше 50 таких пар быть не может. Действительно, среди тех 100 аборигенов, кто сказал, что все их друзья — лжецы, есть или хотя бы 50 рыцарей, или по крайней мере 50 лжецов. В первом случае у каждого из 50 рыцарей действительно есть хотя бы по одному другу-лгуну, образующих с ними по крайней мере 50 пар. Во втором случае каждый из 50 лжецов имеет хотя бы одного друга-рыцаря, поскольку на самом деле не все его друзья является лжецами. И здесь есть не менее 50 пар.
Количество пар может быть 50. Такой она будет, если, например, рыцарь 1 дружит с лжецом 1, рыцарь 2 дружит с лжецом 2, ..., рыцарь 50 дружит с лжецом 50, рыцари 51–100 дружат между собой, лжецы 51–100 дружат между собой и больше никто ни с кем не дружит. В таком случае фразу «Каждый мой друг — лжец» скажут первые 50 рыцарей и первые 50 лжецов, а фразу «Каждый мой друг — рыцарь» — остальные аборигены.

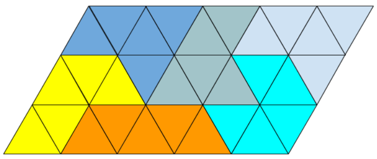
Полуфинал

31. Посмотрим, кто с кем танцевал. Из условия ясно, что Оля танцевала с Владимиром, Лена с Василием. Остаётся 2 мальчика и 2 девочки. Предположим Аня танцевала с Алексеем, тогда Наташа танцевала с Николаем. Из условия понятно, что тогда Алексей — одноклассник Наташи. И так как Николай танцевал с одноклассницей Владимира, то Наташа — одноклассница Владимира. Тогда Владимир и Алексей — одноклассники, а это противоречит условию, что все мальчики из разных классов. Тогда предположим, что Аня танцевала с Николаем, а Наташа с Алексеем. Известно, что Аня танцевала с одноклассником Наташи, значит Николай — одноклассник Наташи. Раз Николай танцевал с одноклассницей Владимира, то Аня — одноклассница Владимира. Если мальчики не танцевали со своими одноклассницами, то одноклассник Лены — Алексей. Выходит, Одноклассник Оли — Василий.

32. Посмотрим на расстояния между точками и выберем самое маленькое из них. Пусть эти точки цвета 1 и цвета 2 (может, они одного цвета). Но такого не может быть, ведь если точка цвета 2 — это ближайшая к точке цвета 1, то ближайшая к точке цвета 2 — точка цвета 3, но не цвета 1. Противоречие.

33. Рыцарь, сидящий между двух рыцарей, не может дать ответ «один» или «два». Поэтому рыцарей, сидящих подряд, может быть не более двух. Группы по 1 или 2 рыцарей, чередуются с группами лжецов по 2 и более лжецов. Чем больше рыцарей, тем меньше лжецов. Из вышесказанного, наибольшее число рыцарей возможно, когда все группы лжецов и рыцарей по 2 человека. Тогда рыцарей и лжецов поровну, то есть по 1009 человек.

34. Например, как на рисунке.



35. Всего было дано $25 + 31 = 56$ ответов, значит было $56 : 7 = 8$ поваров. Лентяй в сб отвечает — «воскресенье», в вс — «суббота»,а трудолюбивый человек в сб отвечает «суббота», а если болеет — «воскресенье» (ведёт себя как лентяй), в вс — «воскресенье» и «суббота» соответственно. То есть каждый повар в сб и вс отвечает либо «суббота», либо «воскресенье» — $8 \cdot 2 = 16$ таких слов. Оставшиеся $25 - 16 = 9$ таких слов сказали в будние дни лентяи и болеющие повара, то есть лентяев максимум 1 ($2 \cdot 5 = 10 > 9$). Пример строится легко, например, 1 лентяй, 1 повар болел ровно 4 будних дня, остальные 6 поваров не болели.

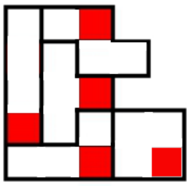
36. Если число меньше или равно 5, то во фрагменте «102» после умножения останется или появится нуль. Если число равно 6, то нуль появится после умножения фрагмента «05». При умножении на 7 получим число без нулей (чтобы был нуль, нужно 7 умножить на $10k$).

Финал

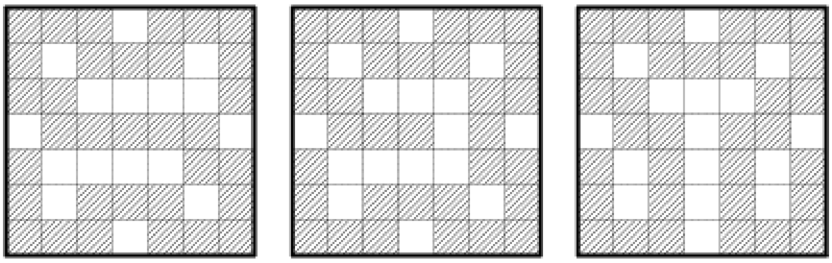
37. В зависимости от того, левее или правее точки B расположена точка C, расстояние $AC = 6 + 7 = 13$ или $AC = 6 - 7 = 7 - 6 = 1$. Аналогично рассуждая для точек D и E, получим, что $AE = 6 \pm 7 \pm 1 \pm 9$ — это нечётное число, а 12 — чётное. Значит, так расположить точки на прямой нельзя.

38. Например, подойдёт набор гирь (2, 4, 7, 8): $1 = 8-7, 3 = 7-4, 5 = 7-2, 6 = 2+4, 9 = 7+2, 10 = 8+2, 11 = 7+4, 12 = 8+4$.

39. Разрезание показано на рисунке.

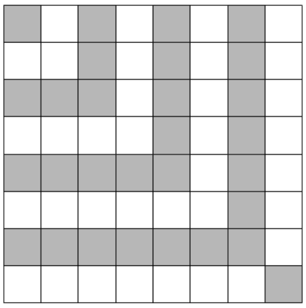


40. Можно. *Замечание.* Больше 33 клеток закрасить нельзя.



41. Произведение 1 можно получить, перемножив одну 1 (сумма цифр года больше 2 — не может быть); две 1 (сумма цифр года равна 11); больше двух 1 быть не может, т. к. $2+0+9+9 = 20 < 111$, год в интервале от 2001 до 2100. Итак, сумма цифр года равна 11. Две первые цифры года — это 2 и 0 ($2+1+0+0 = 3 < 11$), сумма двух последних цифр $11 - 2 - 0 = 9$. Это могут быть 09, 18, 27, 36, …, 81 и 90 — 10 вариантов.

42. Можно. Белые короли — не закрашенные, чёрные — закрашенные клетки.



Лига 5-х классов

Первый тур

43. См. решение задачи 3

44. Понятно, что разрезы были сделаны параллельно одной из сторон исходного прямоугольника. Если бы прямоугольники разрезали вдоль одной и той же стороны, то сумма новых периметров в каждой паре это сумма четырёх длин неразделенной стороны и 2 длин разделённой части. Тогда сумма периметров у Лианны и Тимура должна быть одинаковой.

Значит разрезы были сделаны вдоль разных сторон. Назовём стороны изначального прямоугольника — a и b. Тогда сумма периметров у одного из людей равна $4a + 2b$, а у второго — $2a + 4b$. Периметр исходного листа равен $2a + 2b$. Если мы сложим получившиеся числа у Тимура и Лилианы, то получим $4a + 2b + 2a + 4b = 42$, $6a + 6b = 42$. Тогда поделим обе части на 3 и получим $2a + 2b = 14$. Периметр исходного листа бумаги равен 14 см.

45. См. решение задачи 2

46. См. решение задачи 4

47. См. решение задачи 6

48. Нет. 2018 из данного набора чисел делится только на 2: $2018 : 2 = 1009$, а 1009 не делится ни на одно из чисел набора.

Второй тур

49. См. решение задачи 7

50. Фигурки Т-тетрамино состоят из 4 клеток, соответственно количество клеток в квадратах должно делиться на 4. Значит длина стороны должна делится на 2. Квадрат 4×4 легко замостить. Значит Можно замостить квадрат 8×8 (он состоит из 4 квадратов 4×4).

Рассмотрим квадрат 6×6. Так как все клетки должны быть замощены Т-тетрамино, значит в каком-то из углов должна стоять Т-тетрамино. Тогда не получится замостить сторону квадрата, 3 клетки которой заняты угловой Т-тетрамино (так же можно использовать шахматную раскраску). Можно замостить только квадраты 4×4 и 8×8.

51. Обозначим рост Стаса — С, Егора — Е, высоту стула — Y, стола — О.

Тогда $C+O = E+Y+40, E+O = C+Y+50$. Нужно найти $O-Y$. Перенесём $E-C$ в одну часть, а всё остальное в другую. $E-C = O-Y-40, E-C = Y-O+50$. Тогда $O-Y-40 = Y-O+50$. Перенесём O и Y в левую часть, числа в правую. Тогда $2O - 2Y = 90, O - Y = 45$. Значит стол выше стула на 45 см.

52. Заметим, что любые 2 последовательных однозначных числа образуют «волшебную» пару — 8 пар. Также «незаурядной» будет и указанная в условии задача пара — 9 и 10. Среди двузначных чисел в пределах одного десятка (от 10 до 19, от 20 до 29 и т.д.) не будет ни одной такой пары. Но при переходе через десяток нужная нам пара образуется, кроме случая 89 и 90: 19 и 20, 29 и 30, 39 и 40, 49 и 50, 59 и 60, 69 и 70, 79 и 80, 99 и 100. Всего получается 17 пар.

53. Будем считать, что инструктор стартует не вместе с Пашей, а на расстоянии 24 км от него (и идет навстречу). Тогда ему не придётся разворачиваться, и он всё время будет ехать в одном направлении. Их скорость сближения равна: 320 м/мин. Время равно: 24000 м : 320 м/мин $=$ $= 75$ мин.

54. См. решение задачи 9

Третий тур

55. Нет, так как в оставшихся доминошках цифры 0, 2, 4 и 6 встречаются по 3 раза.

56. Каждое число на середине стороны равно сумме двух чисел в соседних с ним угловых клетках, значит, число в левом верхнем углу равно $5 - 2 = 3$, число в правом верхнем углу равно $4 - 3 = 1$. Число в центре равно сумме всех угловых чисел, т. е. $3 + 1 + 2 + 3 = 9$.

57. См. решение задачи 17

58. 3 часа 20 минут $=$ 200 минут. За 10 пятёрок Петя получал 11 минут. За 100 пятёрок он получил $100+10+5 = 115$ минут. Значит после первых ста пятёрок за остальные он получил $200 - 115 = 85$ минут. За 70 пятерок он получил $70 + 7 = 77$ минут, осталось $85 - 77 = 8$ минут. Всего $100 + 70 + 8 = 178$ пятёрок.

59. См. решение задачи 13

60. Так как все веса разные, то в кучке не может быть 2 камня. Наибольшее число кучек $27 : 3 = 9$. Так же ни в какой кучке не может быть больше двух пакетов, массы которых в кг равны от 14 до 27, тогда кучек не менее $(27 - 14 + 1) : 2 + 1 = 8$. Пусть кучек 8. Самые тяжелые пакеты из кучек по условию составляют половину массы всех пакетов, их масса равна $27 \cdot 28 : 2 : 2 = 189$ кг. Но 8 самых тяжелых пакета дают в сумме $20 + 21 + \cdots + 27 = 188$. Значит кучек могло быть только 9; например, (1 8 9), (2 23 25), (3 21 24), (4 18 22), (5 15 20), (6 13 19), (7 10 17), (11 16 27), (12 14 26).

Четвёртый тур

61. См. решение задачи **19**

62. См. решение задачи **20**

63. Числа последовательные, значит если первое — a, то остальные — $a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6, a+7$. Сумма первых пяти равна $5a+10$, последних трёх — $3a+18$. Получим уравнение $5a+10=3a+18$, $a=4$. Это числа: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

64. Сначала будет закрашен наружный слой клеток, после чего останется прямоугольник 98×198 клеток. Этот прямоугольник также будет закрашиваться по спирали; после покраски его наружного слоя останется прямоугольник 96×196 клеток и так далее. После окраски 49 слоёв незакрашенным останется прямоугольник 2×102, расположенный в строках $50--51$ и столбцах $50--151$. Последней будет закрашена нижняя левая клетка этого прямоугольника, расположенная в строке 51 и столбце 50.

65. Пусть у Оли гири всех четных весов — от 2 до 30. Допустим, нам удалось разложить их и получить равновесие. Тогда равенство сохранится, если все веса разделить на 2. Однако гири весами $1, 2, \ldots, 30$ так разложить нельзя, так как сумма их весов нечетна.

66. См. решение задачи **23**

Пятый тур

67. См. решение задачи **26**

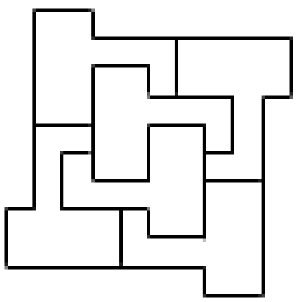
68. Если один из школьников проспал в 3 раза больше задач, чем другой, значит один из школьников проспал треть от задач, которые проспал другой. Значит задачи, которые один прослушал, а второй нет составляют $2/3$ от числа задач, которые проспал более сонный школьник. Значит эта разница должна делиться на 3. Всего вариантов разниц 3: 1) $15-12=3$ (не делится на 2); 2) $15-7=8$ (делится на 2); 3) $12-7=5$ (не делится на 2). Значит в задаче речь идёт о первом и третьем школьнике. Раз 8 — это две третьих от задач, которые проспал третий школьник, значит всего он проспал 12 задач. Значит всего задач было $7+12=19$. Значит оставшийся второй школьник проспал $19-12=7$ задач.

69. См. решение задачи **27**

70. См. решение задачи **30**

71. Заметим, что из условия следует, что сегодня всем детям уже не менее двух лет — они все родились не позднее 6 февраля 2016 года. Предположим, что близнецов нет, тогда возраста всех четырёх детей различны. Тогда произведение возрастов трёх младших не меньше, чем $2\cdot 3\cdot 4=24$, откуда старшему хотя бы 24 года. Но это противоречит условию. Значит, близнецы в семье есть.

72. Разрезание показано на рисунке.



Полуфинал

73. См. решение задачи 32

74. См. решение задачи 39

75. См. решение задачи 31

76. См. решение задачи 35

77. См. решение задачи 33

78. Из условия следует, что хотя бы у одного участника не меньше половины игр было с односельчанами. Так как он сыграл 9 игр, то ребят из его села не меньше шести (вместе с ним). Значит, в каждом туре была игра между участниками из этого села.

Финал

79. См. решение задачи 36

80. Пусть каждый школьник, получивший награду, даст своим знакомым по конфете. Всего раздадут $27 \cdot 3 = 81$ конфету, их получат 40 школьников, значит, по принципу Дирихле кто-то получит не менее трёх конфет, значит, все три его друга получили награды.

81. Из условия задачи можно заключить, что найдутся семь школьников, решивших $49 - (1 + 2 + 3) = 43$ задачи. Так как $43 = 7 \cdot 6 + 1$, то найдется школьник, решивший не менее 7 задач.

82. См. решение задачи 40

83. См. решение задачи 38

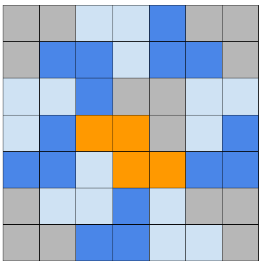
84. См. решение задачи 42

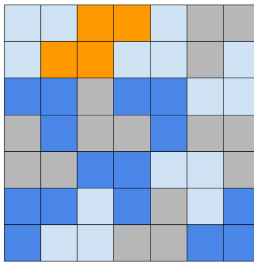
Олимпиады

Устная личная олимпиада, 4 класс

Довывод

85. Да, можно. Некоторые способы показаны на рисунках.





86. Поезд из Москвы был в пути 2 дня и 5 часов — столько занимает путь из Москвы увеличенный на разницу во времени. А поезд в Москву был в пути 1 день 23 часа — столько занимает путь в Москву уменьшенный на разницу во времени. Получаем, что разница во времени $6 : 2 = 3$ часа.

87. Да, Алёна выигрывает всегда. В начальный момент разность весов равна 0. Если Света кладет гирю веса x и $8 \leq x \leq 16$, то Алёна кладет гирю такого же веса, разность весов опять равна 0.

Если Света положит гирю весом $x = 17$, то она проиграла, т. к. разность весов была 0, а стала 17.

Как только Света положит гирю с весом $x \leq 7$, то Алёна кладет гирю весом $x + 17$ и побеждает (т. к. $18 \leq x + 17 \leq 24$, то такая гиря у неё есть, ведь до этого они брали гири только из диапазона $8, \ldots, 16$).

Аналогично, как только Света положит гирю весом $x \geq 18$, то Алёна кладет гирю весом $x - 17$ и побеждает (т. к. $1 \leq x - 17 \leq 7$, то такая гиря у неё есть, ведь до этого они брали гири только из диапазона $8, \ldots, 16$).

Вывод

88. Число Серёжи начинается хотя бы с цифры 2, тогда будут хотя бы 2 цифры меньше цифры сотен, и меньше 4, т. к. оба числа трёхзначные и их сумма 499. Если его число начинается с 2, то по условию это только 210. Тогда число Кости $499-210 = 289$, но все цифры были разные и не могут быть две 2. Значит, число Серёжи начинается с 3. Тогда число Кости начинается с 1, следовательно, число Серёжи это 320 (цифры меньше 3 — 0, 1 и 2, но 1 используется). Второе число $499 - 320 = 179$.

89. Берем монету 1 и спрашиваем у Пети: «Фальшивая ли она?» После берем монеты 1 и 2 и спрашиваем у Васи: «Есть ли среди них фальшивая?» Теперь разберём варианты их ответов (**Н** — настоящая; **Ф** — фальшивая монета):
1) «Да». «Да». Кто-то из них рыцарь, значит, там правда есть **Ф**. то есть монета 3 — настоящая. (На самом деле, в этом случае и **Ф** можно определить. При таких ответах первый может быть только лжецом и **Ф** — вторая.)
2) «Нет». «Нет». В этом случае кто-то из них точно лжец и тут есть **Ф**, опять настоящая — 3. (Тут тоже возможен единственный вариант: первый — рыцарь, второй — лжец, и сразу ясно, какая **Ф**.)
3) «Да». «Нет». Если первый лжец, то 1 — **Н**, и тогда второй — рыцарь и 2 тоже **Н**. Если первый рыцарь, то 1 — **Ф**, а 2 — **Н**. В любом случая 2 — **Н**, её и берём.
4) «Нет». «Да». Аналогично предыдущему пункту: если первый лжец, то 1 — **Ф**, 2 — **Н**, если первый рыцарь, то 1 — **Ф**, 2 — **Н**, и снова выбираем 2 — она точно **Н**.

90. Всего сделано 18 выстрелов и выбито 213 очков. Каждый выбил по 71 очку, все выстрелы были результативными. 1) Так как Евгений первым выстрелом выбил 3 очка, то за оставшиеся 5 выстрелов он выбил 68 очков. Перебором находим, что $68 = 50+10+5+2+1$. Других комбинаций за 5 выстрелов нет. Итак, Евгений выбил 50 очков, его результат: $3+50+10+5+2+1 = 71$. 2) Так как Пётр за первые три выстрела выбил 43 очка, то есть в каком-то порядке выбил 20, 20 очков и 3 очка (других комбинаций за 3 выстрела не существует), то за оставшиеся $6-3 = 3$ выстрела он выбил $71 - 43 = 28$ очков, для которых имеется единственная комбинация попаданий: $25 + 2 + 1$. Итак, с точностью до порядка, результаты Петра следующие: $20 + 20 + 3 + 25 + 2 + 1 = 71$. Оставшиеся попадания принадлежат Семёну. Результаты Семёна: $25 + 20 + 10 + 10 + 5 + 1 = 71$. Таким образом, Петру и Семёну удалось выбить по 25 очков. 3) Анализируя результаты трёх стрелков, приходим к выводу, что Семён наибольшее количество раз выбил 10 очков. **Ответ.** Семён.

Послевывод

91. Рассмотрим случаи, как могла возникнуть комбинация 2018. 1) 2018 полностью входит в число, тогда она либо является концом числа (2018, 12018, 22018, 32018 — 4 варианта), либо началом пятизначного числа (2018… — 10 вариантов). 2) 201 — конец предыдущего числа, 8 — начало следующего, что возможно только для соседних четырёхзначных чисел 8201 и 8202, т. к. пятизначных чисел, начинающихся с 8, у нас нет (1 вариант). 3) 20 — конец предыдущего числа, 18 — начало следующего, тогда либо это соседние четырёхзначные числа 1820 и 1821 (1 вариант), либо соседние пятизначные 18…20 и 18…21 (10 вариантов). 4) 2 — конец предыдущего числа, 018 — начало следующего, что невозможно. Всего получаем 4+10+1+1+10=26 вариантов.

92. Обозначим через M — разность между числом орехов в мешочке с максимальным количеством и минимальным. Если $M \leq 9$, то по принципу Дирихле найдутся два мешочка с одинаковым числом орехов. Так же $M \neq 10$, поскольку при такой разнице число орехов в каждом мешочке на 1 больше, чем в предыдущем. Поэтому 5 мешочков содержат чётное количество орехов и еще 5 — нечётное. Но тогда в них не может быть ровно 1000 орехов. При каждой процедуре значение M уменьшается на величину от 1 до 10. Таким образом, в определенный момент она станет в пределах от 1 до 9.

Устная личная олимпиада, 5 класс

Довывод

93. См. решение задачи **90**

94. Последними двумя цифрами получившегося числа может быть любая комбинация от 00 до 99 — это 100 вариантов. Из них сумму цифр меньше или равную 5 имеют: 00, 01 и 10, 02 и 20, 03 и 30, 04 и 40, 05 и 50, 11, 12 и 21, 13 и 31, 14 и 41, 22, 23 и 32 — 21 вариант, и для каждого из них в разряд сотен можно записать любую из 4 цифр: 2. 4, 6 или 8. Получается $21 \cdot 4 = 84$ варианта. Остались ещё $100 - 21 = 79$ вариантов, когда сумма последних двух цифр больше 5, для каждого из них в разряд сотен можно записать любую из 5 цифр: 1, 3, 5, 7 или 9. Получится $79 \cdot 5 = 395$. Всего $84 + 395 = 479$ вариантов.

95. В сетке 8 нечётных узлов, расположенных на границе квадрата, в них должны быть концы ломаных, а у трёх ломаных только 6 концов.

Вывод

96. См. решение задачи **88**

97. См. решение задачи **89**

98. См. решение задачи **91**

Послевывод

99. Нет, нельзя. Рассмотрим полосатую раскраску плоскости: в обоих уголках разность между числом клеток одного цвета и другого равна 3, а квадрате клеток обоих цветов поровну. Следовательно, в фигуре, составленной из этих частей, разность между клетками одного и другого цвета кратна 3, а она равна 10.

100. См. решение задачи **92**

5 Результаты и итоги турнира

Турнир математических мини-боёв

Победителем в лиге 4 классов стала команда Фрактал 4-1, а в лиге 5 классов — Фрактал 5-1 (г. Санкт-Петербург).

Лига 4-х классов

Полуфинал: Фрактал 4-2 — СВМ-4 42:16,
Финал за 1 место: Фрактал 4-1 — Фрактал 4-2 32:20,
Финал за 3 место: СВМ-4 — Ананасики 30 : 0,
Финал за 5 место: Учёные коты — Ошпи 40 : 9.

	Команда, город	1	2	3	4	5	6	*очки*	*баллы*
1	«Фрактал 4-1» *г.Санкт-Петербург*		46:22 2	41:27 2	63:1 2	66:0 2	45:8 2	10	261 : 58
2	«Фрактал 4-2» *г.Санкт-Петербург*	22:46 0		72:0 2	46:2 2	70:2 2	45:0 2	8	255 : 50
3	СВМ-4 *г.Иваново-Мытищи*	27:41 0	0:72 0		57:2 2	46:3 2	49:2 2	6	179 : 120
5	«Ананасики» *г.Сыктывкар*	1:63 0	2:46 0	2:57 0		22:6 2	18:8 2	4	45 : 180
4	«Учёные коты» *г.Сыктывкар*	0:66 0	2:70 0	3:46 0	6:22 0		34:2 2	2	45 : 206
6	«Ошпи» *г.Сыктывкар*	8:45 0	0:45 0	2:49 0	8:18 0	2:34 0		0	20 : 191

Лига 5-х классов

Полуфиналы: Фрактал 5-1 — Импульс 55 : 14,
Фрактал 5-2 — СВМ-5 27 : 19,
Финал за 1 место: Фрактал 5-1 — Фрактал 5-2 34 : 33,
Финал за 3 место: СВМ-5 — Импульс 36 : 12.

	Команда, город	1	2	3	4	5	*очки*	*баллы*
1	«Фрактал 5-1» *г.Санкт-Петербург*		62:12 2	67:7 2	47:10 2	52:8 2	8	228 : 37
2	«Фрактал 5-2» *г.Санкт-Петербург*	12:62 0		34:3 2	18:34 0	36:22 2	4	100 : 120
3	СВМ-5 *г.Мытищи-Иваново*	7:67 0	3:34 0		22:18 2	47:19 2	4	79 : 138
4	«Импульс» *г.Черноголовка*	10:47 0	34:18 2	18:22 0		20:20 1	3	82 : 107
5	Москва	8:52 0	22:36 0	19:47 0	20:20 1		1	69 : 155

Устная личная олимпиада четвероклассников

Черняк Тимур (Фрактал 5-1) — диплом I степени
Юдин Ярослав (Фрактал 4-1) — диплом I степени
Шубинский Дмитрий (Фрактал 4-2) — диплом I степени
Борцов Михаил (Фрактал 4-2) — диплом II степени
Полубуткина Анна (Фрактал 4-1) — диплом II степени
Замоторин Илья (Фрактал 5-2) — диплом II степени
Большаков Арсений (Фрактал 4-1) — диплом II степени
Попова Ульяна (Фрактал 5-2) — диплом II степени
Бредихин Станислав (СВМ-5) — диплом II степени

Антипов Ярослав (СВМ-4) — диплом III степени
Брагина Екатерина (Фрактал 4-1) — диплом III степени
Петухов Константин (Фрактал 4-2) — диплом III степени
Матвеев Борислав (Фрактал 4-1) — диплом III степени
Васильева Ева (СВМ-4) — диплом III степени
Кривошапов Владимир (Фрактал 4-1) — диплом III степени
Рогачев Роман (СВМ-4) — диплом III степени
Горбачев Яромир (Фрактал 5-2) — похвальная грамота
Царева Анастасия (Сыктывкар) — похвальная грамота

Устная личная олимпиада пятиклассников

Шевкопляс Максим (Фрактал 5-1) — диплом I степени
Раскин Михаил (Фрактал 5-2) — диплом II степени
Коноплев Афанасий (Москва) — диплом II степени
Ульянов Александр (Фрактал 5-1) — диплом III степени
Канецкий Андрей (СВМ 5) — диплом III степени
Скарук Артем (Фрактал 5-1) — похвальная грамота
Клеков Даниил (Фрактал 5-1) — похвальная грамота
Рыковская Юля (СВМ 5) — похвальная грамота
Нефёдов Андрей (Импульс) — похвальная грамота

Игра «5×5»

Победителем в лиге 4 классов стала команда Фрактал 4-1-1, 2-е место заняла команда Фрактал 4-1-2 , 3-е место разделили команды Фрактал 4-2-1 (г. Санкт-Петербург), СВМ 4-1 и СВМ 4-2 (г. Мытищи и Иваново).

Победителем в лиге 5 классов стала команда Фрактал 5-1-2, 2-е место заняла команда Фрактал 5-1-1 (г. Санкт-Петербург), 3-е место — команда Импульс-1 (г. Черноголовка).

6 Правила соревнований

Турнир математических мини-боёв

Независимо от количества человек в команде каждый участник имеет право на два выхода независимо в роли докладчика или оппонента. Выход на конкурс капитанов за выход не засчитывается. Более подробно правила мини-боев описаны в приложении.

За победу дается 2 очка, за ничью 1, за проигрыш — 0. Бой считается закончившимся вничью, если разница в счете составляет 3 или менее баллов (кроме финала и полуфинала – в финале и полуфинале ничья только при равенстве набранных баллов).

Команды разделены на 2 лиги: лига 5-х классов и лига 4-х классов. Команды в каждой лиге играют круговой турнир (каждая команда играет с каждой по 1 разу) — 5 туров и резервный 6-й тур.
В полуфинал выходят 4 лучшие команды, 3 команды не прошедшие в своих лигах в полуфинал играют между собой «утешительный» круговой турнир.

Команды распределяются по количеству очков. Если 2 или более команд набрали равное количество очков, то для определения места в лиге используются (в порядке убывания приоритетов) следующие факторы:

1. Количество очков, набранных командами в личных встречах между этими командами
2. Разница между «набранными» и «отданными» баллами в личных встречах между этими командами
3. Разница между «набранными» и «отданными» баллами во всех боях
4. Количество «набранных» баллов во всех боях.

В случае, если по данным параметрам определить очередность мест невозможно, проводится дополнительный блиц-бой. Если 4 и 5 места набрали одинаковое количество очков, то обязательно проводится блиц-бой.

Правила математического мини-боя

Единственное отличие математического мини-боя от классического матбоя — это сокращённая длительность.

1. Время решения командой задач — 60 минут.
2. На доклад отводится не более 10 минут, на последующую дискуссию оппонента и докладчика — не более 8 минут.
3. Также на этом турнире в каждом туре было 6 задач (вместо 8).

За счёт этого появляется возможность провести 2 тура в день. Как показал опыт турнира, школьники 4–5 классов не сильно устают и после первых туров, освоившись в правилах, ведут полноценный бой.

Математическая игра «5×5»

Автор К. Н. Бондаренко

Команды играют по полукомандам (команды разбиваются $3+3$, либо $2+3$). Результаты подводятся отдельно по 4 и 5 классам (Суммы очков, набранные полукомандами, не складываются, «половинки» команд играют отдельно и независимо друг от друга.)

Каждая полукоманда получает клетчатое поле 5×5, где каждая клетка — это задача. К каждой задаче сдаётся только ответ. Сдать каждую задачу можно только один раз! Изначально полукоманда выбирает 2 любые задачи, затем за каждую сданную получает 2 новые задачи. Если задача сдана верно, то в поле соответствующее этой задаче приклеивается наклейка, если нет — поле зачеркивается.

Цель игры: собрать как можно больше наклеек подряд (по вертикали, по горизонтали или по диагонали).

Начисление очков: считается количество линий длины 5-ти и умножается на 5, далее считается количество линий длины 4 и умножается на 4 и считается количество линий длины 3, умножается на 3, все результаты складываются. (Линия длины 5 — это одновременно линия из 5 полей, 2 линии из 4-х и 3 линии из 3-х полей.)

Математическая игра «Мясорубка»

Рекомендуемое количество команд — 6. На доске рисуется поле 6×6. Броском двух игральных костей (генератором случайных чисел) определяются координаты каждой команды, и в соответствующей клетке пишется номер команды.
Начальная стоимость каждой задачи — 3 хода. Сдать каждую задачу команда может только один раз! Игра делится на туры. (3 тура по 8–10 задач и длина туров может быть разной в зависимости от сложности задач: 15–20–25 минут, например.)

Каждой команде выдаются ВСЕ задачи текущего тура, решать задачи можно в любом порядке. Задачи сдаются строго в порядке живой очереди. Если задача решена верно, команда получает назначенное за задачу количество ходов на игровом поле (все нужно использовать за один раз). Стоимость задачи уменьшается на 1. Если ответ неверный, то стоимость задачи увеличивается на 1 ход.

Цель игры: «съесть» как можно больше команд. За один раз команда может сдать несколько задач, тогда количество ходов за правильно решенные задачи суммируется. Задачу стоимостью 0 ходов сдавать нельзя. Если команду съели, то её новое положение определяется броском костей. При ходе можно приостанавливаться после съедения команды и ждать, пока команда вновь появится на доске, а затем продолжить текущий ход.

В конце игры подсчитываются результаты, и призовые места занимают команды: «съевшая» больше всех команд и решившая больше всех задач. Возможны дополнительные номинации.