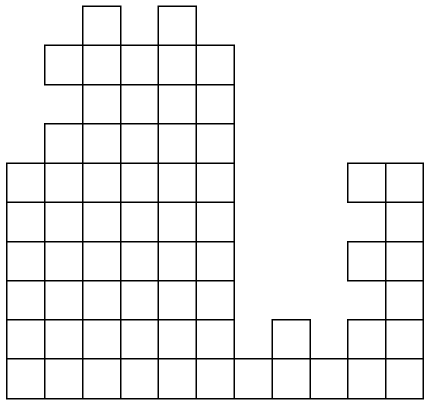
Первый международный математический турнир разновозрастных команд «Дважды Два»

2 ноября 2012 г

Командная олимпиада



1. Разрежьте фигуру, изображённую на картинке, на две части, из которых можно сложить прямоугольник. Части можно двигать и поворачивать, но нельзя накладывать друг на друга и переворачивать. (*А.Солынин*)

2. На острове живут только рыцари (которые всегда говорят правду) и лжецы (которые всегда лгут). Трое из них сделали по два заявления.

Первый: «На острове живёт не более 3 человек», «Все жители острова – лжецы».
Второй: «На острове живёт не более 4 человек», «Не все жители острова – лжецы».

Третий: «На острове живёт 5 человек», «На острове не менее 3 лжецов». Сколько человек живёт на острове и сколько среди них лжецов? (*С.Гайфуллин*)

3. В Волшебной стране есть монеты достоинством 1, 2 и 3 Еюня, которые весят соответственно 1, 2 и 3 грамма. У Саши есть по три монеты каждого типа, при этом одна из девяти монет фальшивая: ее вес отличается от настоящей. Как Саше за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету? *(Н.Михайловский)*

4. Фигура «Единорог» ходит на одну клетку вправо, вниз или по диагонали влево-вверх. Единорог обошёл шахматную доску, побывав на каждой клетке по разу. Начинал он с левого верхнего угла. Мог ли он закончить в правом нижнем углу? (*Н.Михайловский, А.Солынин*)

5. Автомат Григорьева может из двух карточек с натуральными числами *a*, *b* сделать либо одну карточку с их суммой, либо *a* карточек, на каждой из которых написано число *b*. У Серёжи изначально есть 3 карточки с числами 3,4,5. Он хочет получить ровно одну карточку, на которой написано 2012. Удастся ли ему это? (*С.Григорьев*)

6. У Коли есть коробка размером 40х50х70 дюймов, заполненная шариками, радиус которых не превосходит 5 дюймов. Докажите, что Коля сможет переложить шарики в коробку размером 30х40х160 дюймов. *(Н.Михайловский)*

7. В шахматном турнире каждый участник сыграл с каждым две партии: одну белыми фигурами, другую – черными. По окончании турнира оказалось, что все участники набрали одинаковое количество очков (за победу дается 1 очко, за ничью – 1/2 очка, за поражение – 0 очков). Докажите, что найдутся два участника, выигравшие одинаковое число партий белыми. (*С.Гайфуллин*)

8. В окружность вписан треугольник ABC. Точка C_1 – середина дуги AB, точка A_1 – середина дуги BC, точка B_1 – середина дуги AC. Отрезок A_1C_1 пересекает стороны треугольника AB и BC в точках K и M соответственно, а отрезок A_1B_1 стороны AC и BC в точках T и P соответственно. Докажите, что углы KB_1M и TC_1P равны. (*И.Сидоров*)

9. Можно ли поставить на доску 2012х2012 тысячу ферзей так, чтобы они били все клетки? Считается, что ферзь бьёт в том числе и ту клетку, на которой стоит. (*А.Солынин*)

10. В ряд стоит *n* очень больших бочек. В первой бочке 1 литр молока, во второй 3 литра и так далее. В последней бочке 2*n*-1 литров молока. Винни-Пух может перелить в любую бочку столько молока, сколько там уже есть. Выливать из бочки молоко нельзя, также нельзя переливать из одной бочки в другую молоко, если в первой бочке не хватает молока для удвоения во второй. При каких *n* данными операциями можно собрать все молоко в одной бочке? (*Н.Михайловский, А.Солынин, Е.Иванова*)