Задача 1. Расставьте в записи $4 \times 12 + 18 : 6 + 3$ скобки так, чтобы получился наименьший возможный результат.

Задача 2. Саша пронумеровал клетки шахматной доски (от 1 до 64) в каком-то порядке. Маша сделала то же самое со своей доской, но нумерация получилась другой. Может ли оказаться, что клетки Сашиной доски соединены ходом коня тогда и только тогда, когда клетки Машиной доски с теми же номерами соединены ходом короля.

Задача 3. В гости пришло 10 гостей, и каждый оставил в коридоре пару калош. Все пары калош имеют разные размеры. Гости начали расходиться по одному, надевая любую пару калош, в которые они могли влезть (т.е. каждый гость мог надеть пару калош, не меньшую, чем его собственные). В какой-то момент обнаружилось, что ни один из оставшихся гостей не может найти себе пару калош, чтобы уйти. Какое максимальное число гостей могло остаться?

Задача 4. Недокубиком называется куб $2\times2\times2$, из которого вырезан угловой кубик $1\times1\times1$. Если из куба из 64 кубиков ($4\times4\times4$) убрать один из кубиков, получится супернедокуб. Докажите, что любой супернедокуб можно сложить из недокубиков.

Задача 5. В розыгрыше первенства страны по футболу участвовало 20 команд. Какое наименьшее число игр могло быть сыграно, чтобы среди любых трёх могли найтись две, уже сыгравшие между собой?

Задача 6. Две шайки гангстеров охотятся друг за другом. Каждый гангстер охотится ровно за одним противником, и за каждым гангстером охотится не менее одного противника. Все гангстеры первой шайки одновременно выстрелили в своих противников, все попадания разили наповал, но каждый 10-й промахнулся. После этого каждый уцелевший гангстер второй шайки выстрелил в своего противника. Могло ли случиться, что первая шайка была в результате уничтожена?

Задача 7. Имеется 100 карточек, пронумерованных числами от 1 до 100. На каждой карточке написано утверждение. На первой: «На карточках с большими номерами ровно одно ложное утверждение». На второй: «На карточках с меньшими номерами ровно одно ложное утверждение». На третьей: «На карточках с большими номерами ровно два ложных утверждения». На четвёртой: «На карточках с меньшими номерами ровно два ложных утверждения», и т.д. Сколько утверждений на карточках может быть истинными?

Задача 8. Четверо мальчиков участвовали в забеге и заняли места с первого по четвёртое. На вопрос кто какое место занял мальчики ответили следующее:

Антон: «Ваня был первым».

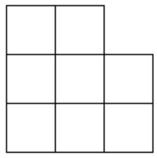
Ваня: «Саша был первым или третьим».

Саша: «Дима был первым или четвёртым».

Дима: «Антон был третьим».

При этом оказалось, что если мальчик сказал правду, то сказанное про него было неправдой, а если мальчик солгал, то сказанное про него было правдой. Про каждого мальчика выясните, какое он занял место.

Задача 9. Хулиган Петр вырезал из доски 10×10 восемь фигурок вида как на рисунке. Всегда ли можно из оставшейся доски вырезать уголок из трех клеток?



Задача 10. В камере хранения 2012 пронумерованных (от 1 до 2012) ячеек, в каждой из которых лежит по чемодану. У 2012 пронумерованных (от 1 до 2012) носильщиков изначально по 2012 чемоданов. Носильщики действуют так: носильщик с номером N останавливается рядом с каждой ячейкой, номер которой делится на N и кладет в нее чемодан, если она пустая, и забирает из нее чемодан, если в ней что-то было. Каждый носильщик проходит ячейки только один раз. Когда каждый из 2012 носильщик пройдется по ячейкам, они все уходят. Вопрос: сколько чемоданов останется в камере хранения после того, как носильщики уйдут?

Задача 11. p – простое число большее 5. Докажите, что

11111…11 (p–1 единица) делится на p.

Задача 12. Вася дал Маше свой телефон: 480135. Маша дала его Юле, Юля дала его Ване, Ваня дал его Мише, Миша дал его Вове, а Вова дал его Пете. При этом каждый из ребят (кроме Васи) поменял две стоящие рядом цифры местами. На какое максимальное число мог измениться телефон, если: телефон не может начинаться с 0?

Задача 13. В городе живут «совы» и «жаворонки». Назовем человека странным, если более половины его друзей ведут не такой образ жизни, как он сам. С течением времени, если остались в городе странные люди, то какой-либо из них поддается влиянию друзей и меняет образ жизни. Докажите, что когда-либо в городе не останется ни одного странного человека.

Задача 14. Какой цифрой заканчивается разность

$$1\times2\times3\times4\times\ldots\times2010\times2011 - 1\times3\times5\times\ldots\times2009\times2011?$$

Задача 15. Самолёт Урюпинск-Москва вылетает в 12-00, а приземляется в 13-00. Самолёт Москва-Урюпинск вылетает в 13-00, приземляется – в 16-00. Поезд Урюпинск-Москва едет 18 часов. Поезд Урюпинск-Москва выехал в 8-00. Когда он будет в Москве? (время везде местное)

Задача 16. Несколько государственных служащих получили одинаковую зарплату. После этого время от времени кто-нибудь из них брал часть своих денег и раздавал их поровну остальным. Через несколько таких операций у одного из служащих оказалось 24 копейки, а еще у одного – 17 копеек. Сколько было служащих?

Задача 17. Дан треугольник ABC, в котором $AB = BC$. На стороне AB выбрана точка E, а на продолжении стороны AC за точку A выбрана точка D так, что углы BDC и ECA равны. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.