



Первый международный математический турнир разновозрастных команд «Дважды Два»

5 ноября 2012 г

Олимпиада по играм и алгоритмам (профи)

1. В клетчатом квадрате 4×4 невидимыми чернилами выделена одна клетка X . Разрешается выбрать в исходном квадрате любой квадратик 2×2 и узнать, лежит ли в нем X . Как за наименьшее число вопросов можно узнать местоположение X ? (С.Волченков, К.Кноп)
2. Всем известен способ нахождения наибольшего элемента с использованием оператора `if`, например, после выполнения следующего условного оператора:

```
if a>b then print a else print b
```

будет напечатано наибольшее из двух чисел a и b . А сможете ли вы предложить алгоритм поиска наибольшего элемента без использования условного оператора? Разрешается использовать стандартные арифметические действия, а также вычисление модуля и скобки. (С.Волченков)
3. Двое мальчиков играют в такую игру: перед ними 3 кучки, в которых лежат 10, 15 и 20 спичек соответственно. За ход разрешается взять одну спичку из любой кучки, кроме той, из которой спичка была взята предыдущим ходом (первым ходом можно брать из любой кучки). Выигрывает тот, кто первым заберёт последнюю спичку из какой-нибудь кучки. Кто имеет выигрышную стратегию в этой игре – тот, кто делает первый ход или его партнёр? (К.Кноп)
4. Двое по очереди вписывают по одному числу в свободную клетку полоски 1×100 клеток. Игра заканчивается, когда заполнены все клетки. После этого ищется наиболее длинный кусок подряд идущих чисел, образующих монотонную (невозрастающую или неубывающую) последовательность. В процессе заполнения клеток первый игрок старается, чтобы длина такой последовательности была как можно больше, а второй – как можно меньше. Какова максимальная длина монотонной последовательности, которая получится при правильной игре обоих игроков? (С.Волченков)
5. Имеются два числовых массива, отсортированных по возрастанию, по 2012 элементов в каждом. Все числа в массивах различны. Требуется найти 3000-е по величине число в объединении этих массивов. Можно ли это сделать, сделав всего не более тринадцати сравнений чисел? (С.Волченков)
6. С имеющейся последовательностью из N нулей и единиц разрешается проделывать следующую операцию: заменить несколько (может быть, и ни одного), идущих подряд первых слева нулей на единицы, а следующую за ними цифру инвертировать (0 заменить на 1 или 1 на 0), например из 0010 можно получить 1010, либо 1110, либо 1100. Как за наименьшее количество таких операций превратить N единиц в N нулей? (С.Волченков)

Время на решение – 4 часа (240 минут)