



**Первый международный математический турнир  
разновозрастных команд «Дважды Два»**

5 ноября 2012 г

**Олимпиада по играм и алгоритмам (профи)**

1. У квадрату са квадратном мрежом  $4 \times 4$  невидљивим мастилом означена је једна ћелија  $X$ . У полазном квадрату може се изабрати произвољан квадратић  $2 \times 2$  и сазнати да ли у њему лежи  $X$ . Који је најмањи број питања помоћу којих се може сазнати положај  $X$ ?
2. Познат је начин налажења највећег елемента коришћењем оператора `if`, на пример, после извршавања следећег условног оператора:  

```
if a>b then print a else print b
```

биће одштампан већи од два броја  $a$  и  $b$ . Можете ли да предложите алгоритам за проналажење највећег елемента без коришћења условног оператора? Дозвољено је коришћење стандардних аритметичких операција, а такође рачунање модула и зграда.
3. Два дечака играју следећу игру: пред њима су 3 гомиле, у којима се налази 10, 15 и 20 шибица редом. У једном потезу дозвољено је да се узме једна шибица из ма које гомиле осим из оне из које је у претходном кораку узета шибица (у првом кораку може се бирати из било које гомиле). Побежује онај ко први узме последњу шибицу из било које гомиле. Ко има победничку стратегију у тој игри – онај који вуче први потез или његов партнёр?
4. Два играча редом уписују по један број у слободну ћелију равни са  $1 \times 100$  ћелија. Игра се завршава када су попуњене све ћелије. После тога међу њима се тражи најдужи подниз узастопних бројева који образују монотono нарастући или неопадајући низ. У процесу попуњавања ћелија први играч се стара да дужина тог подниза буде што већа, а други – што је могуће мања. Колика је максимална дужина монотоног низа која се може добити ако оба играча играју правилно?
5. Имамо два бројна низа сортирана у растући редослед са по 2012 елемената у сваком. Сви бројеви у низовима су различити. Потребно је пронаћи 3000-ти по величини број у обједињеном низу. Може ли се то урадити помоћу не више од 13 поређења бројева?
6. Са низом који се састоји од  $N$  нула и јединица дозвољено је вршити следећу операцију: заменити неколико (може бити ни једну), узастопних првих слева нула јединицама, а следећу за њима цифру инвертовати (0 заменити са 1 или 1 са 0), на пример од 0010 се може добити 1010, било 1110, било 1100. Како се са најмањим бројем таквих операција може пребацити  $N$  јединица у  $N$  нула?

Време је да се реши - 4 сата (240 минута)

Time to resolve - 4 hours (240 minutes)