



**Первый международный математический турнир
разновозрастных команд «Дважды Два»**

3 ноября 2012 г

Олимпиада по комбинаторике и теории чисел (стажёры)

1. На каждом этаже многоэтажного дома – по две квартиры. Лена, живущая в 38-й квартире, перестукивается через стенку со Светой из 51-й. На каком этаже они живут? (К.Кноп)
2. Клетки квадратной таблицы $n \times n$ раскрашены в красный, жёлтый и зелёный цвета. При каком наименьшем n можно наверняка утверждать, что найдутся строка и столбец, в которых содержится не менее, чем по три клетки одного и того же цвета? (Цвет трёх клеток в строке и трёх клеток в столбце должен быть одним и тем же.) (А.Голованов)
3. Найдите все простые числа p , которые можно представить в виде $p = a^4 + b^4 + c^4 - 3$, где a , b и c – простые числа (не обязательно различные). (А.Голованов)
4. Вечером после олимпиады члены жюри играли в следующую игру: каждый наугад выбрал себе бейджик одного из школьников и, не глядя, прикрепил. Елена Юрьевна спросила первого: «Верно ли, что на выбранных бейджиках нет одинаковых имён?». Потом второго и т.д. Каждый из них отвечал «Да» или «Не знаю». Какой по счёту человек ответил «Да», если все имена на бейджиках действительно были различны, но все видят чужие бейджики и не видят свой? (Е.Иванова, А.Петухов)
5. Можно ли при некотором натуральном N разбить все натуральные числа от 1 до N на две группы и выписать все числа в каждой группе подряд без пробелов в некотором порядке так, чтобы получились две одинаковые записи? (А.Голованов)
6. Вася Фаберже нашёл в отцовском сундуке 16 обрывков старинной золотой цепочки - у восьми из них осталось всего по 4 звена, а у остальных – по 5 звеньев. Он хочет соединить все имеющиеся звенья в новую цепочку, при этом некоторые звенья ему придётся распилить, а потом снова спаять. Каким наименьшим количеством распиленных звеньев ему удастся обойтись? (К.Кноп)
7. На вечер танцев в селе Простоквашино пришли 11 мальчиков и 11 девочек. Оказалось, что из-за ограниченности пространства и местных обычаев танцевать можно только кадрили: в каждом туре танцуют две девочки и два мальчика (после чего считается, что каждая из двух девочек танцевала с каждым из двух мальчиков). Какое наименьшее число туров нужно, чтобы каждая девочка хотя бы раз потанцевала с каждым мальчиком? (А.Голованов)

Время на решение – 4 часа (240 минут)