Краткие решения задач олимпиады 5 класса
26 января 2025
Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Решите ребус. Разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые: $\text{МО} \cdot \text{Р} \cdot \text{О} \cdot \text{З} = 2025$ (*Т.В.Антошкина*)

Комментарий в аудиториях. Достаточно привести один вариант.

Ответ. Например, так: 45·9·5·1=2025 или 45·1·5·9= 2025 или 15·3·5·9= 2025

2. В России в 256 день года отмечают День Программиста. А) на какой день календаря и Б) какой день недели он приходился в 2024 году? (*фольклор*) **Ответ**. А) 12 сентября; Б) четверг.

Решение. Поскольку 2024 год – високосный, то удобнее отсчитать 110 дней с конца года (366 – 256), чем считать с начала года.

3. У Андрея и Бориса есть по листку бумаги, на которых написано одно и то же трехзначное число. Андрей вычеркнул одну цифру так, что получилось наибольшее возможное в данном случае двухзначное число. Борис же вычеркнул одну цифру так, что получилось как можно меньшее двухзначное число. Разность чисел Андрея и Бориса оказалась равна 61. Чему могло быть равно исходное трехзначное число? (*С.В.Дворянинов*)

Комментарий в аудиториях. Достаточно привести один вариант.

Ответ. Например, 289 (тогда разница 89 – 28) или 178 (разница 78 – 17)

Решение. Заметим, что поскольку на конце в разности 61 стоит 1, то последние цифры в числах Андрея и Бориса разные (иначе был бы 0 на конце разности). Следовательно, в одном случае была вычеркнута последняя цифра, а в другом первая или вторая. Но у двух полученных двузначных чисел есть одна общая цифра. Она не последняя, как мы выяснили, и не первая, так как иначе в результате было бы однозначное число. Таким образом в исходном числе две цифры (третья и вторая) отличаются на 1. И разница между первой и второй цифрами равна 6. После чего легко находятся такие числа.

4. У волшебника есть листы заколдованной бумаги: 3 красных, 4 жёлтых и 5 синих. Известно, что если положить красную бумагу на жёлтую пойдет дождь, если жёлтую на красную – снег, если красную на синюю – сверкнёт молния, если синюю на красную – грянет гром, если жёлтую на синюю – спустится туман, если синюю на жёлтую – изморозь. Волшебник сначала разрезал на две части каждый лист не жёлтого цвета, а затем – на три части каждый лист не синего цвета. После чего бумажку того цвета, кусков которого оказалось больше всего, положил на бумажку того цвета, кусков которого оказалось меньше всего. Что в результате произошло? (*Е.Ю.Иванова*) **Ответ**. Сверкнула молния.

Решение. После первого разрезания у Волшебника 6 красных кусочков, 4 жёлтых и 10 синих. После второго – 18 красных, 12 жёлтых и 10 синих. Значит, он положил бумажку красного цвета на бумажку синего цвета.

5. Никита очень быстро едет вдоль дороги с постоянной скоростью и смотрит на километровые столбы. В 08:30 он проезжал мимо столба с числом $\overline{AB}$, в 09:06 – мимо столба $\overline{AAB}$. Во сколько он проедет мимо столба с числом $\overline{AAAB}$? Все события происходят в течение одного дня. Буквами А и В зашифрованы две различные цифры. (*Н.А.Михайловский*)

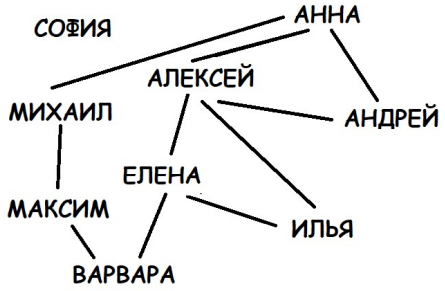
Ответ. Он проедет в 15:06

Решение: За 36 минут Никита проедет $\overline{A00}$ километров, значит, чтобы проехать $\overline{A000}$ километров, ему потребуется в 10 раз больше времени, то есть 360 минут, а именно 6 часов. Значит, с момента 09:30 пройдет 6 часов.

6. В 5Ы классе есть Варвара, Анна, София, Елена, Андрей, Илья, Максим, Михаил и Алексей. Ребята дружат, если в их именах есть хотя бы одна общая буква, стоящая на одном и том же месте с начала (так, Елена и Илья дружат, потому что у них есть Л на втором месте, а Елена и Анна не дружат, т.к. общие буквы у них в разных местах: у Елены А на пятом, а у Анны на первом и четвёртом, Н также в разных местах). Каждое утро ребята делятся новостями с друзьями, а потом не разговаривают. В воскресенье вечером Варвара узнала важную новость. В какой день недели её узнает Анна? (*А.А.Солынин*)

Ответ. В среду

Решение: Нарисуем «картинку дружб»

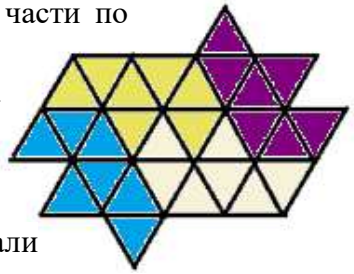


Утром в понедельник Варвара расскажет новость Максиму и Елене. Утром во вторник Елена расскажет новость Алексею и Илье, Максим – Михаилу, а утром в среду Алексей и Михаил расскажут Анне.

7. Баба Яга начала подготовку к Новогодним праздникам 25 декабря, а закончила 31 декабря. Все эти дни с 25 по 31 она худела от переживаний. 25 декабря она похудела на 2 кг, а каждый следующий день худела на 1 кг больше, чем в предыдущий. В итоге в момент прихода Нового Года она весила на 45 кг больше Кащея. Какой вес был у бабы Яги перед новогодней подготовкой, если тогда она весила в 5 раз больше Кащея, а вес Кащея неизменен уже 100 лет? (*Е.Ю.Иванова*)

Ответ. 100кг. **Решение**: С 25 по 31 декабря 7 дней. Значит, она похудела на 2+3+4+5+6+7+8=35кг. Значит до 25 декабря она весила на 80 кг больше Кащея и это в 5 раз больше. Следовательно, 80 кг – это 4/5 от веса Бабы Яги до подготовки. Отсюда вес Кащея 20кг, а вес Бабы Яги был 100кг.

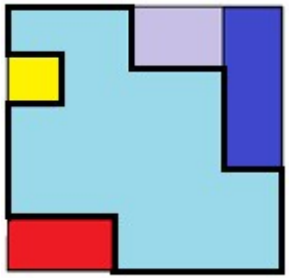
8. Разрежьте фигуру на рисунке на 4 равные части по линиям сетки. (*Е.Ю.Иванова*)



Комментарий в аудиториях. Равные фигуры – фигуры, которые можно совместить при наложении. Фигуры можно поворачивать и переворачивать.

Ответ. Приведен на рисунке.

9. Из квадрата площади 400 см^2 вырезали квадратик площади 16 см^2 и три прямоугольника, как показано на рисунке. Найдите периметр получившейся фигуры.



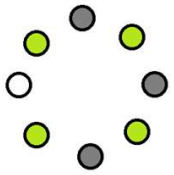
Ответ. 88см

Решение. Заметим, что прямоугольники никак не изменяют периметр исходной фигуры. Периметр увеличивает только вырезанный квадратик на две его длины стороны. Так как его площадь 16, то сторона равна 4см. То есть периметр стал больше на 8см. У квадрата площади 400 сторона 20, а периметр равен 80, значит новый периметр на 8 см больше.

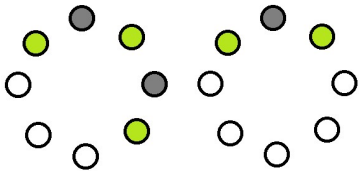
10. В хоровод встали 8 человек, каждый из которых либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт), либо хитрец (может говорить всё, что угодно). Известно, что в хороводе участвовали люди всех 3 видов (Р, Л и Х). Каждый заявил, что оба его соседа хитрецы. Сколько рыцарей могло быть в хороводе? (Укажите все возможные варианты)? (*Н.А.Михайловский*)

Ответ. 1 или 2 рыцаря

Решение. Поскольку по условию в хороводе есть люди всех трёх типов, то рыцарь хотя бы один точно есть. Рядом с рыцарем с обеих сторон должны стоять хитрецы. Значит, хитрецов не меньше, чем рыцарей. Тогда рыцарей не может быть 4 или больше, так как в сумме рыцарей и хитрецов не больше 7 (ведь по условию есть хотя бы один лжец).



Если рыцарей 3, то хитрецов 4 и один лжец. Но тогда с обеих сторон лжеца стоят хитрецы и он говорит правду, что не может быть.



Пример для 1 и 2 рыцарей строится (см.рис.слева)

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. У Гали есть по одной карточке с числами 1, 2, 3, 4, 5, 2025, одна карточка со знаком равенства «=» и неограниченное количество карточек со знаками «+», «–» и «×». Составьте с помощью этих карточек верное числовое равенство, использовав все карточки с числами. (*Г.Ю.Метс*)

Ответ. Например, $3^4 \times 1 \times 25 = 2025$ или $45^{1+3-2} = 2025$.

Решение. Поскольку это карточки, то можно их сдвигать относительно друг друга, реализуя возведение в степень.

2. В 5Я классе 25 учеников, каждый из которых 2012, 2013 или 2014 года рождения. 26 января 2025 года каждый написал свой год рождения. Оказалось, что сумма написанных чисел делится на 17, и сумма возрастов детей на этот момент тоже делится на 17. Какое наименьшее количество детей из 5Я могли родиться в январе? (*А.А.Солынин*)

Комментарий в аудиториях. Если у ребенка день рождения 26 января, то считается, что ему уже столько лет, сколько в этот год исполнилось.

Ответ. 9 детей. **Решение**. Сумма возраста и года рождения ребёнка равна 2024, если у него день рождения после 26 января, и 2025, если с 1 по 26 января. А значит, общая сумма равна 2024×25 плюс количество дней рождения с 1 по 26 января. Число 2024×25=50600 даёт остаток 8 при делении на 17, то есть чтобы эта сумма (годов рождения и возрастов) делилась на 17 должно быть еще 9 детей (17–8), кто родился в январе с 1 по 26 и добавит к общей сумме по 1. Но могли еще какие-то дети родиться в январе с 27 по 31.

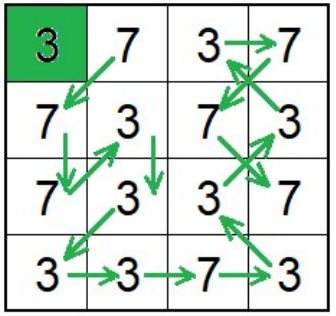
Осталось привести пример, как могли распределяться годы рождения, чтобы их сумма делилась на 17. 2006 делится на 17. Поэтому достаточно составить пример с числами 6, 7 и 8. Число 6×23+7+8=153 – делится на 17. То есть пример: 23 ребенка родились в 2012 году, один в 2013 и один в 2014 удовлетворяет условию.

3. Число называется палиндромом, если оно одинаково читается слева направо и справа налево (например: 5, 44, 121). В квадрате 4 × 4 написаны цифры 3 и 7 так, как показано на рисунке. Какое самое большое число-палиндром можно получить, двигаясь по клеткам доски ходом короля? В каждой клетке квадрата можно побывать не более одного раза; начать и закончить движение можно в любых клетках (*С.В.Костин*)

3	7	3	7
7	3	7	3
7	3	3	7
3	3	7	3

Ответ. 777 333 373 333 777.

Решение. В квадрате 16 цифр. Однако получить 16-значный палиндром нельзя, поскольку палиндром, содержащий чётное число цифр, содержит чётное количество «вхождений» каждой цифры. В данном же случае в квадрате нечетное число цифр 3 и нечетное число цифр 7. Поэтому палиндром может содержать не более чем 15 цифр. Цифр 7 всего семь, значит, максимальный палиндром начинается не более, чем с трёх семерок. А такой вариант обхода квадрата есть.



4. В комнате было 10 человек: рыцари и лжецы. По команде «Старт!» каждый указал пальцем на 2 людей по своему выбору, крикнув каждому из них: «Ты – лжец!» Известно, что на каждого человека указали не более 4 раз. Сколько рыцарей могло быть в комнате? Укажите все возможные варианты. (Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду.) (*Н.А.Михайловский*)

Ответ. 4, 5 или 6 рыцарей.

Решение. Заметим, что 3 и менее рыцарей быть не могло. Действительно, если это так, то на них указали не более 12 раз, тогда лжецов было не более 6, но тогда всего людей не более 3 + 6 = 9. Значит, рыцарей хотя бы 4. Аналогично лжецов хотя бы 4. Таким образом, рыцарей может быть 4, 5 или 6. Лжецов, соответственно, 6, 5 или 4. В каждом из вариантов лжецы указывают на рыцарей, рыцари – на лжецов.

5. Домики Винни-Пуха, Пятачка, Ослика, Совы, Тигры и Кролика расположены вдоль одной прямой. Кристофер Робин написал на каждом домике сумму расстояний от него до всех остальных домиков. Могло ли так оказаться, что на домиках в результате были написаны какие-то шесть различных натуральных чисел в каком-то порядке (*фольклор*)

Комментарий в аудиториях. Если могло, приведите пример, если не могло, докажите, что это невозможно ни в каком случае.

Ответ. Не могло. **Решение**. Для определенности будем считать, что домики расположены в порядке: В, П, О, С, Т, К. Для решения порядок не имеет значения, мы будем рассматривать третий и четвёртый домики. В наших обозначениях это О и С. Тогда сумма расстояний от О равна ОВ+ОП+ОС+ОТ+ОК, а сумма расстояний от С равна СВ+СП+ОС+СТ+СК. Заметим, что СВ=ОВ+ОС, СП=ОП+ОС, ОТ=СТ+ОС, ОК=СК+ОС. Зная это, перепишем, чему равны суммы для О и С. Для О: ОВ+ОП+СТ+СК+3×ОС. Для С: ОВ+ОП+СТ+СК+3×ОС.

То есть мы видим, что эти суммы одинаковы независимо от длины расстояний между соседними домиками. Значит, в любом случае хотя бы два числа, написанные на домиках, будут равны и получить шесть различных чисел невозможно.

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла, в задаче 2 по 2 балла стоит каждый пункт. В некоторых задачах можно было получить 1 балл за неполный ответ. В части Б оценивается решение – от 0 до 5 баллов.

Результаты **письменного тура будут** опубликованы ***после 24 февраля*** на нашем сайте. http://mathbaby.ru

Устный тур планируется 23 марта. Место пока определяется. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.

Творческая Лаборатория «ДваждыДва»

Творческая Лаборатория «ДваждыДва» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России и мире. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, разнообразные кружки.

Наше самое главное отличие от других систем – через обучение математике осознанный взгляд на мир.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Кроме того, мы проводим мини-школы или школы выходного дня. Ближайшая выездная школа планируется ***в Сочи с 15 по 24 февраля*** (1-8кл).

Параллельно с февральской школой пройдет тренинг-семинар для преподавателей физики и естествознания в 3-7 классах.

Апрельская школа в Подмосковье – ***с 5 по 12 апреля*** – 1-5 кл.

Параллельно с апрельской школой пройдет тренинг-семинар для преподавателей математики.

Майская школа в Подмосковье – ***с 29 апреля по 8 мая*** – 0-8 кл.

Летняя школа в Подмосковье (3 смены) – ***с 1 июня по 3 июля*** – 0-7 кл.

Летняя школа в Сочи – ***с 1 по 15 июля*** – 0-9 класс. (даты примерные)

Летняя школа в Подмосковье – ***с 30 июля по 23 августа*** – для 6–10 классов.

Две смены для 4-5 классов в Подмосковье – ***с 28 июля по 8 августа и 11-22 августа***.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалях на международных олимпиадах по математике и физике, информатике, астрономии, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран. Не только старшеклассники получают награды на соревнованиях высокого уровня. Наши школьники показывают высокие результаты на турнирах матбоев, Математическом Празднике и других Олимпиадах.

Более подробно со всеми направлениями нашей работы вы можете ознакомиться на сайте https://mathbaby.ru/ и в телеграм-канале https://t.me/lab2x2