



Математическая Олимпиада для 5 классов

Устный тур 2023

Довывод. РЕШЕНИЯ

1. В стране ДваждыДва города называются буквами русского. Жители страны заметили, что их девиз «БезМатематикиЖитьНельзя» точно описывает связь между городами: если какие-то буквы стоят рядом, то значит эти города соединены дорогой. К примеру город Ь соединён дорогой с городами Т, Н, Л и З. Можно ли объехать все города страны ДваждыДва, побывав в каждом ровно один раз? (Все города страны перечислены в девизе) (А.Мищенко)

Ответ: нет, нельзя. **Решение:** Заметим, что города Б, Ж и Я соединены только с 1 другим городом (города Б и Я по краям, а город Ж «дважды соединён» с городом И). А значит, мы должны в таких городах либо начинать маршрут, либо заканчивать, т.к. в промежуточные города нужно «войти» и «выйти» (причём используя разные дороги).

2. В ряд стоит 4 человека, среди которых 3 рыцаря и 1 лжец. Любому человеку можно задать вопрос: «среди твоих соседей есть лжец?» Как, задав 2 таких вопроса и услышав ответы, точно определить, кто из четверых является лжецом? (Н.Михайловский)

Решение. Зададим этот вопрос крайнему левому. Если он ответил «нет», то два крайних левых рыцари. Если он ответит «да», то среди двух левых точно есть лжец. Либо самый крайний, либо следующий. В любом случае мы знаем двух крайних рыцарей (слева или справа). Тогда спросим среднего из известных рыцарей. Если он скажет «да», лжец рядом, если «нет», то лжец крайний

3. На доске написано 9 букв: П О М П О Н Ч И К. Катя заменяет каждую букву на какую-то цифру, причем разные буквы она заменила на разные цифры, а одинаковые буквы – на одинаковые цифры. После этого Оксана хочет поставить между некоторыми буквами (возможно, не всеми) знак «+» так, чтобы получился пример на сложение с чётным результатом. Докажите, что Оксана всегда сможет этого добиться. (Н.Михайловский)

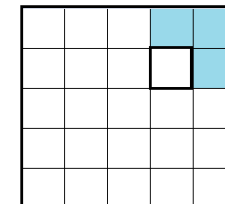
Решение. Заметим, что среди 9 букв на доске есть 7 попарно различных. Поскольку всего существует лишь 5 чётных и 5 нечётных цифр, то среди цифр на доске будет хотя бы 2 чётных и хотя бы 2 нечётных. Теперь покажем, что для того, чтобы справиться со своей задачей, Оксане достаточно поставить всего лишь один знак «+».

Предположим, что буква К заменена на чётную цифру, тогда в слове есть одна другая чётная цифра. Оксане достаточно поставить один знак «+» сразу

после другой буквы. При этом в сумме окажется 2 чётных числа и их сумма, конечно, будет чётна.

Теперь предположим, что буква К заменена на нечётную цифру, тогда в слове есть одна другая нечётная цифра. Оксане достаточно поставить один знак «+» сразу после другой буквы. При этом в сумме окажется 2 нечётных числа и их сумма вновь будет чётна. Таким образом Оксана сможет всегда добиться желаемого.

4. Из клетчатого квадрата 5×5 вырезали одну клетку, как на рисунке. От этого периметр фигуры увеличился. Какое минимальное количество клеток нужно еще вырезать, чтобы периметр полученной фигуры стал таким, как прежде? (Д.Калинин)



Ответ: 3. **Решение:** Две клетки (или одна), вырезанные где угодно, не соприкасаясь стороной с уже вырезанной, только увеличивают периметр фигуры. Далее небольшой перебор клеток, имеющих общую сторону с вырезанной. окончательный ответ на рисунке.

5. Филипп написал на оконном стекле фломастером четырёхзначное число. Оказалось, что если посмотреть на окно с другой стороны, то там тоже будет четырёхзначное число. Филипп решил вычесть из большего меньшее и получил 2373. Какие числа были написаны на стекле? (А.Мищенко)



Ответ: 5185 и 2812 **Решение:** Заметим, что могут присутствовать только цифры 0 1 2 5 8, т.к. зеркальное отражение цифры должно быть цифрой. (При этом 2 и 5 «меняются» друг на друга, в то время как 0, 1 и 8 остаются сами собой). Далее перебор, к примеру: Первая цифра большего числа либо 5, либо 8, т.к. если 2, то первая цифра меньшего 0, чего быть не может. Пусть это 8, тогда числа вида: $8*** - ***8 = 2373$ Но тогда первая цифра меньшего точно 5: $8**2 - 5**8 = 2373$ Откуда несостыковка в единицах. Значит первая цифра 5: $5*** - ***2 = 2373$ Тогда первая цифра меньшего = 2: $5**5 - 2**2 = 2373$ Посмотрим на третьи цифры чисел. Они отличаются на 7, что значит, что это либо пара (8, 1), либо (2, 5). Первый случай верный: $5185 - 2812 = 2373$ Второй случай приводит к $5555 - 2222 \neq 2373$ или $5225 - 2552$, что тоже не равно 2373